

Dimensi Tiga

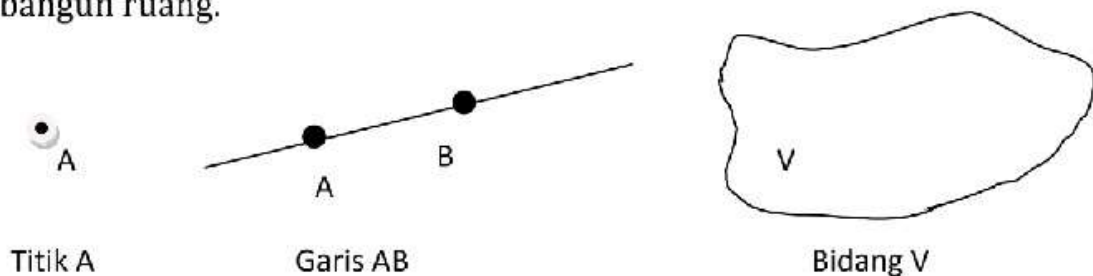
Kompetensi Dasar	
3.23 Menganalisis titik, garis dan bidang pada geometri dimensi tiga	4.23 Menyelesaikan penyelesaian masalah yang berkaitan dengan jarak antara titik ke titik, titik ke garis dan garis ke bidang pada geometri dimensi tiga

A. RUANG DIMENSI TIGA (BANGUN RUANG).

Sebelum mempelajari serta mengenal, memahami dan menyelesaikan beberapa permasalahan matematika yang menyangkut ruang dimensi tiga (bangun ruang) diharapkan peserta didik secara mandiri menggali informasi dan pengalaman belajar terdahulu dari beberapa sumber referensi maupun media interaktif.

Pengantar materi:

Sebelum mengenal lebih jauh tentang kedudukan titik, garis dan bidang dalam ruang terlebih dahulu perlu kalian buka referensi yang sesuai tentang pemahaman terhadap beberapa unsur ruang diantaranya titik, garis, bidang dan bangun ruang.



Jadi *titik, garis, dan bidang* dapat ditarik pengertian sesuatu yang *in-defined term*, maksudnya sesuatu yang tak perlu didefinisikan tetapi kita sudah tahu maksudnya. Ada beberapa pakar berusaha menjelaskan tentang pengertian dari unsur ruang sebagai berikut:

Garis, adalah himpunan titik-titik yang mempunyai panjang tetapi tidak mempunyai luas dan volume.

Bidang, adalah himpunan titik-titik yang mempunyai panjang dan luas tetapi tidak mempunyai volume. (Suatu hamparan datar yang luasnya tak terbatas)

A. 1 Jarak Antara Dua Titik (Titik ke Titik) pada Bangun Ruang



Jarak antara dua titik adalah dengan menarik garis hubung terpendek antara kedua titik tersebut, jadi jarak antara titik A dan B adalah panjang garis AB. Jika titik dalam koordinat kartesius maka jarak kedua titik adalah :

Panjang AB dapat ditulis $|AB| = \sqrt{(a1 - b1)^2 + (a2 - b2)^2 + (a3 - b3)^2}$

Contoh 1 :

Tentukan jarak antara dua titik yang memiliki koordinat P(0, 7, 6) dan Q(5, 2, 1)!

Penyelesaian :

$$|PQ| = \sqrt{(0 - 5)^2 + (7 - 2)^2 + (6 - 1)^2}$$

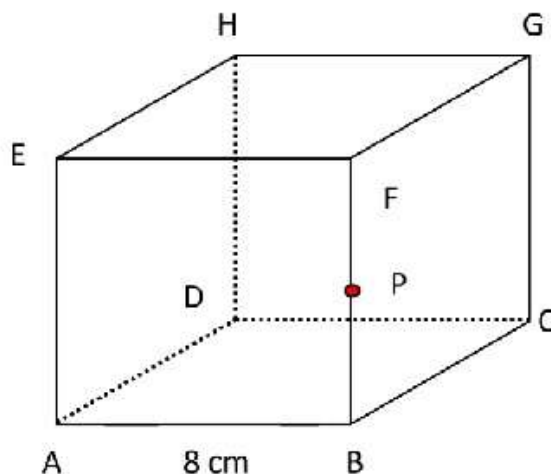
$$|PQ| = \sqrt{(-5)^2 + (5)^2 + (5)^2}$$

$$|PQ| = \sqrt{25 + 25 + 25} = \sqrt{75}$$

$$|PQ| = \sqrt{3 \times 25} = 5\sqrt{3}$$

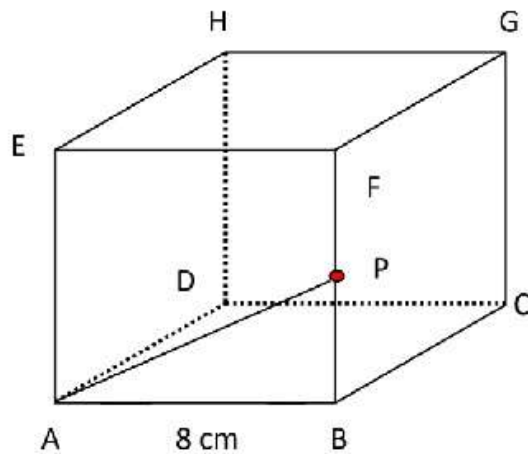
Contoh 2 :

Perhatikan gambar berikut !



Jika titik P berada pada tengah-tengah garis BF maka jarak antara titik A dan P adalah

Penyelesaian :



Panjang $BP = \frac{1}{2} \times 8 = 4$ cm dengan menggunakan rumus pythagoras, kita akan peroleh nilai AP seperti terlihat pada cara berikut.

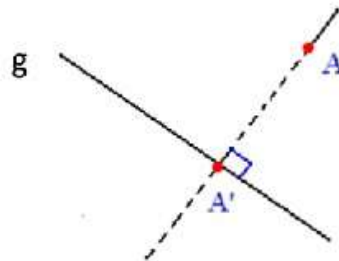
$$|AP| = \sqrt{8^2 + 4^2}$$

$$|AP| = \sqrt{64 + 16} = \sqrt{80}$$

$$|AP| = \sqrt{16 \cdot 5} = 4\sqrt{5} \text{ cm}$$

A. 2 Jarak Titik Ke Garis

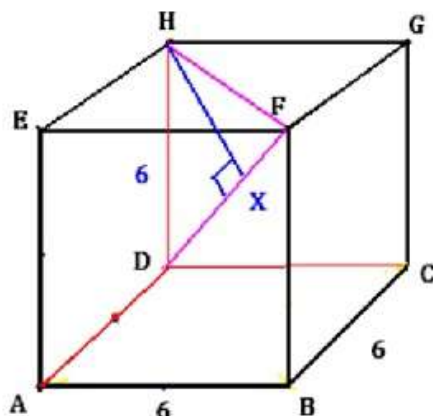
Jarak titik A dengan garis g merupakan panjang ruas dari garis AA' dimana titik A' merupakan proyeksi dari A pada g. Atau Jarak titik ke garis adalah jarak terdekat sebuah titik ke garis, jarak terdekat diperoleh dengan menarik garis yang tegak lurus dengan garis yang dimaksud. Jarak titik A dengan garis g adalah panjang garis AA'



Contoh 3 :

Pada kubus ABCD.EFGH mempunyai panjang rusuk 6 cm, jarak titik H ke DF adalah....

Penyelesaian :



Tarik dari H garis tegak lurus DF terbentuk garis HX. Garis HX adalah jarak titik dari H ke DF

$$FH = \sqrt{FG^2 + HG^2} = \sqrt{6^2 + 6^2} = \sqrt{36 + 36} = \sqrt{36.2}$$

$$FH = 6\sqrt{2}$$

$$DF = \sqrt{FH^2 + DH^2} = \sqrt{(6\sqrt{2})^2 + 6^2} = \sqrt{36.2 + 36} = \sqrt{36.3}$$

$$DF = 6\sqrt{3}$$

Dengan bantuan luas segitiga, terlihat bahwa:

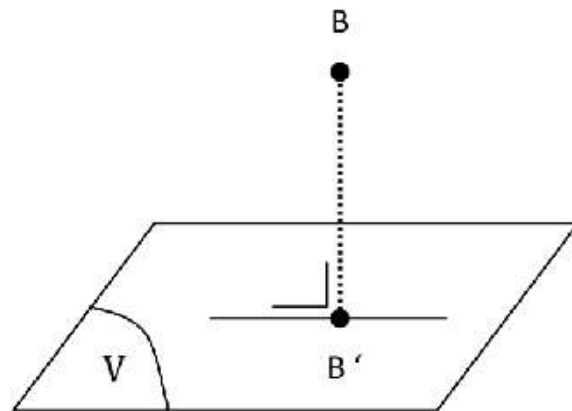
$$\frac{1}{2} DF \cdot HX = \frac{1}{2} DH \cdot FH$$

$$DF \cdot HX = DH \cdot FH$$

$$6\sqrt{3} \cdot HX = 6 \cdot 6\sqrt{2} \quad HX = \frac{6 \cdot 6\sqrt{2}}{6\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{6}}{3} = 2\sqrt{6}$$

A. 3 Jarak Titik Ke Bidang

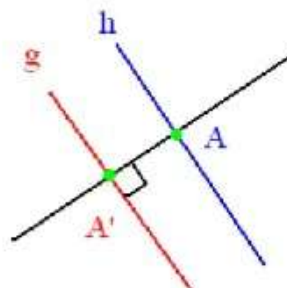
Untuk menentukan jarak sebuah titik pada suatu bidang, maka terlebih dahulu ditarik garis lurus yang terdekat dari titik ke bidang, sehingga memotong bidang dan garis tersebut harus tegak lurus dengan bidang. Misalkan titik B terletak di luar bidang a maka jarak titik B ke bidang a dapat ditentukan sebagai berikut :



Jarak titik B ke bidang V adalah panjang garis BB'

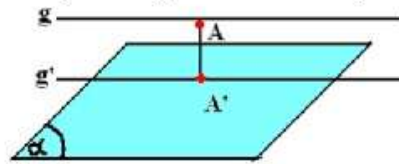
A. 4 Jarak Dua Garis Sejajar

Untuk mengetahui jarak antara dua garis sejajar, kita harus menggambar sebuah garis lurus di antara keduanya. Jarak titik potong yang dihasilkan merupakan jarak dari kedua garis itu.



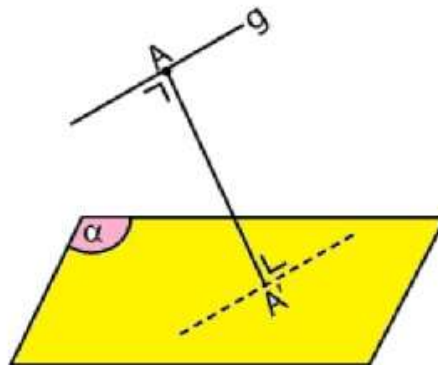
A.5 Jarak Garis dan Bidang Sejajar

Untuk menentukan jarak antara garis dan bidang adalah dengan membuat proyeksi garis pada bidang. Jarak antara garis dengan bayangannya adalah jarak garis terhadap bidang.



A.6 Jarak Garis Ke Bidang

Jarak antara garis dan bidang merupakan jarak antara garis dengan garis proyeksinya pada bidang. Prinsip cara mencari jarak garis ke bidang hampir sama dengan mencari jarak garis ke garis. Bedanya, proyeksi pada jarak garis ke garis dilakukan antara garis ke garis, proyeksi garis ke bidang dilakukan antara garis ke bidang. Untuk lebih jelasnya perhatikan gambar di bawah.

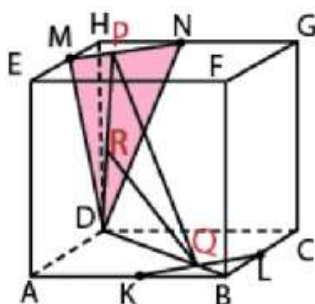


Contoh 4 :

Diketahui panjang rusuk kubus di atas adalah 10 cm. Titik K, titik L, titik M, dan titik N berturut-turut merupakan titik tengah dari rusuk AB, BC, EH, dan GH. Jarak garis KL ke bidang DMN adalah

Penyelesaian :

Perhatikan gambar berikut!



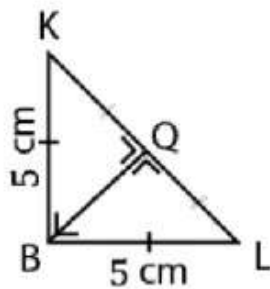
Keterangan:

Garis QR merupakan jarak antara bidang DMN dengan garis KL

DP tegak lurus dengan garis QR (karena QR adalah garis tinggi segitiga DQP)

$$KB = BL = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \cdot 10 = 5 \text{ cm}$$

Perhatikan segitiga KLB !



Mencari panjang KL:

Berdasarkan teorema pythagoras, maka dapat diperoleh panjang PQ dengan cara berikut.

$$KL = \sqrt{BL^2 + BK^2}$$

$$KL = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{25 + 25} = \sqrt{2 \cdot 25} = 5\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$\text{Panjang QL} = \frac{1}{2} \cdot KL = \frac{1}{2} \cdot 5\sqrt{2} = \frac{5}{2}\sqrt{2} \text{ cm}$$

(karena BQ adalah garis tinggi dan garis berat segitiga LKB)

Mencari panjang HP.

Panjang HP = panjang BQ. Berdasarkan teorema pythagoras maka dapat diperoleh persamaan di bawah.

$$BQ = \sqrt{BL^2 - QL^2}$$

$$BQ = \sqrt{5^2 - \left(\frac{5}{2}\sqrt{2}\right)^2} = \sqrt{25 - \left(\frac{25}{4} \cdot 2\right)} = \sqrt{25 - \frac{25}{2}} = \sqrt{\frac{50}{2} - \frac{25}{2}} = \sqrt{\frac{25}{2}}$$

$$BQ = 5 \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{5}{2}\sqrt{2} \text{ cm.} \quad \text{Sehingga panjang HP} = \frac{5}{2}\sqrt{2} \text{ cm}$$

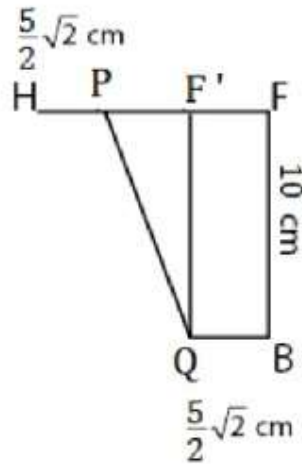
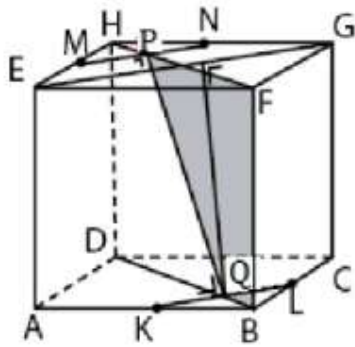
Mencari panjang DQ.

DQ berada pada garis BD yang merupakan diagonal bidang kubus dan perlu diketahui diagonal bidang kubus memiliki panjang dengan rumus : $a\sqrt{2}$, dimana a adalah panjang rusuk.

Sehingga $DQ = BD - BQ$

$$DQ = 10\sqrt{2} - \frac{5}{2}\sqrt{2} = \frac{20}{2}\sqrt{2} - \frac{5}{2}\sqrt{2} = \frac{15}{2}\sqrt{2}$$

Perhatikan gambar berikut !

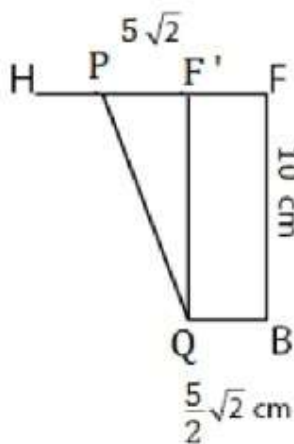


Mencari panjang PF:
Sebelumnya, cari panjang HF terlebih dahulu, $HF = BD$ diagonal sisi $= 10\sqrt{2}$.

Panjang $PF' = HF - HP - FF'$

$$\text{Panjang } PF' = 10\sqrt{2} - \frac{5}{2}\sqrt{2} - \frac{5}{2}\sqrt{2} = \frac{20}{2}\sqrt{2} - \frac{5}{2}\sqrt{2} - \frac{5}{2}\sqrt{2} = 5\sqrt{2} \text{ cm}$$

Mencari panjang PQ: dari

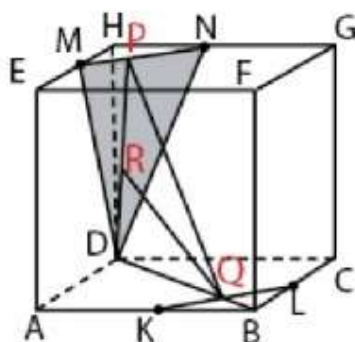


$$PQ = \sqrt{(PF')^2 + (QF')^2}$$

$$PQ = \sqrt{(5\sqrt{2})^2 + (10)^2} = \sqrt{25 \cdot 2 + 100}$$

$$PQ = \sqrt{150} = \sqrt{6 \cdot 25} = 5\sqrt{6} \text{ cm}$$

Perhatikan kembali gambar berikut !



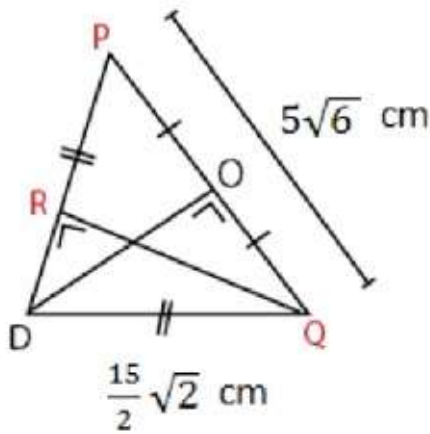
Mencari panjang DP :

$$DP = \sqrt{HP^2 + HD^2}$$

$$DP = \sqrt{\left(\frac{5}{2}\sqrt{2}\right)^2 + 10^2} = \sqrt{\frac{25}{2} + 100} = \sqrt{\frac{25}{2} + \frac{200}{2}}$$

$$DP = \sqrt{\frac{225}{2}} = 15\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{15}{\sqrt{2}} = \frac{15}{2}\sqrt{2} \text{ cm}$$

Selanjutnya perhatikan gambar berikut !



$OP = \frac{1}{2} PQ$ karena segitiga DQP merupakan segitiga sama kaki, sehingga DO merupakan garis tinggi dan garis berat segitiga tersebut.

$$\text{Maka } OP = \frac{5}{2}\sqrt{6}$$

Mencari panjang DO:

$$DO = \sqrt{DQ^2 - QO^2}$$

$$DO = \sqrt{\left(\frac{15}{2}\sqrt{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\sqrt{6}\right)^2} = \sqrt{\frac{225}{2} - \frac{75}{2}} = \sqrt{\frac{150}{2}} = \sqrt{\frac{25 \cdot 6}{2}} = 5\sqrt{\frac{6}{2}} = 5\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$DO = 5\frac{\sqrt{12}}{2} = 5\frac{\sqrt{4 \cdot 3}}{2} = 5\frac{2\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3} \text{ cm}$$

Mencari panjang QR

Berdasarkan luas segitiga akan diperoleh hasil dari QR seperti terlihat pada cara berikut.

$$\frac{1}{2} QR \cdot DP = \frac{1}{2} DO \cdot PQ$$

$$QR \cdot DP = DO \cdot PQ$$

$$QR \cdot \frac{15}{2}\sqrt{2} = 5\sqrt{3} \cdot 5\sqrt{6}$$

$$QR \cdot \frac{15}{2}\sqrt{2} = 25\sqrt{18}$$

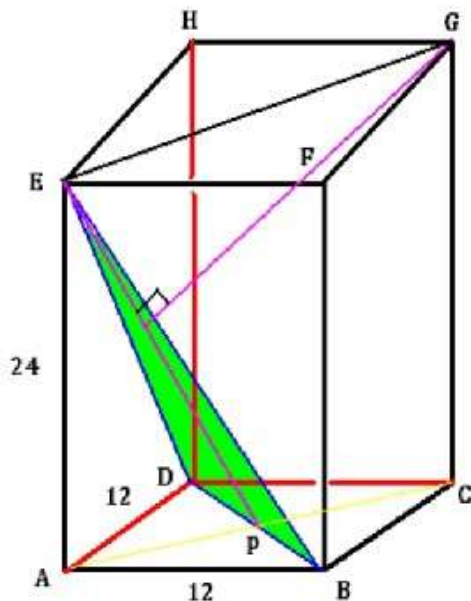
$$QR \cdot = \frac{25\sqrt{18}}{\frac{15}{2}\sqrt{2}} = \frac{50}{15}\sqrt{9} = \frac{50}{15} \cdot 3 = \frac{50}{5} = 10 \text{ cm}$$

Jadi jarak garis KL ke bidang DMN adalah $QR = 10 \text{ cm}$.

Latihan terbimbing 1 :

Diketahui balok ABCD.EFGH memiliki rusuk $AB = AD = 12$ cm dan $AE = 24$ cm. Maka jarak G ke BDE adalah....

Penyelesaian :

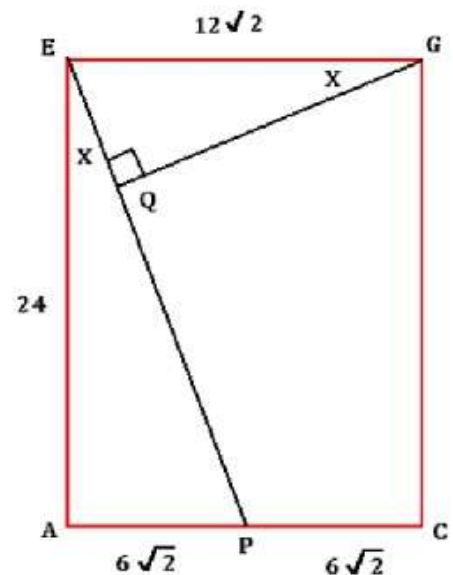


$$EG = \sqrt{EF^2 + FG^2} = \sqrt{\dots + 12^2} = \sqrt{\dots + 144} = \sqrt{\dots}$$

$EG = 12\sqrt{\dots}$ sama panjang dengan AC sehingga

$$AP = CP = \frac{1}{2} AC = \dots \sqrt{2}$$

Untuk lebih mudahnya kita gambar bidang diagonal ACGE



$$EP = \sqrt{AP^2 + AE^2} = \sqrt{(6\sqrt{2})^2 + 24^2} = \sqrt{\dots + \dots} = \sqrt{648}$$

$$EP = \dots \sqrt{\dots}$$

Sudut X pada segitiga AEP sama besar dengan X pada EGQ

$$\cos X = \frac{AE}{PE} = \frac{24}{18\sqrt{2}}$$

$$\cos X = \frac{GQ}{EG} = \frac{GQ}{12\sqrt{2}}$$

$$\text{Sehingga } \frac{24}{\dots} = \frac{GQ}{\dots} \quad GQ \dots = 24 \cdot 12 \quad GQ = \frac{24 \cdot 12}{\dots} = \dots \text{ cm}$$

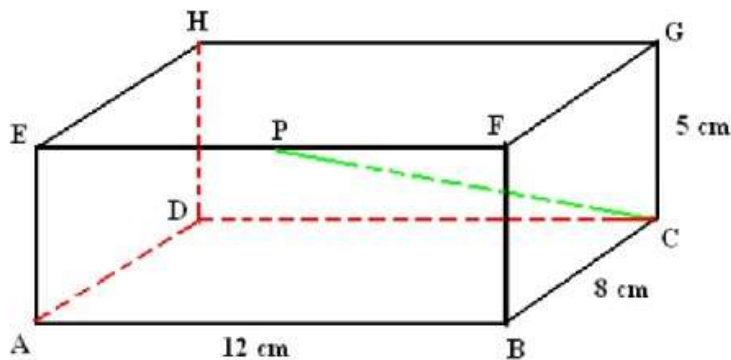
Maka jarak G ke BDE yang diwakili GQ adalah cm

LATIHAN KD 3.23

Pilihan Ganda :

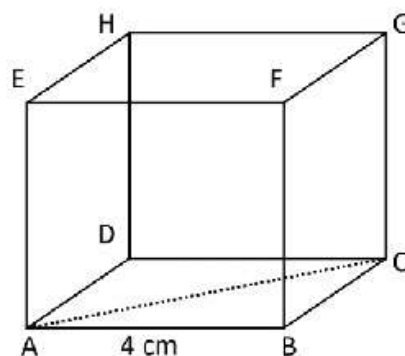
- Dari kubus ABCD.EFGH diketahui :
 - CE tegak lurus AH
 - Bidang AFH tegak lurus bidang CFH
 - FC dan BG bersilangan
 - Bidang AFH dan EBG berpotonganPernyataan yang benar adalah
A. I, II dan III C. II dan III E. III dan IV
B. I, III dan IV D. II dan IV
- Diketahui kubus ABCD.EFGH, titik P, Q, dan R masing – masing terletak pada pertengahan rusuk AD, BC, dan CG. Irisan bidang yang melalui P, Q, dan R dengan kubus berbentuk
A. Segi empat sembarang
B. Segitiga
C. Jajar genjang
D. Persegi
E. Persegi panjang
- Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk $\sqrt{3}$ cm dan T pada AD dengan panjang $AT = 1$ cm. Jarak A pada BT adalah ...cm.
A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}\sqrt{3}$ C. $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ D. 1 E. $\frac{2}{3}\sqrt{3}$
- Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 8 cm. M adalah titik tengah rusuk BC. Jarak titik M ke EG adalah ... cm.
A. 6 B. $6\sqrt{2}$ C. $6\sqrt{3}$ D. $6\sqrt{6}$ E. 12
- Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 6cm. Jarak titik B ke diagonal ruang AG adalah...cm.
A. $3\sqrt{6}$ B. $2\sqrt{6}$ C. $3\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{3}$ E. $\sqrt{3}$
- Prisma segi – 4 beraturan ABCD.EFGH dengan rusuk 6 cm dan tinggi prisma 8 cm Titik potong diagonal AC dan BD adalah T, jarak titik D ke TH = ... cm.
A. $\frac{12}{41}\sqrt{41}$ B. $\frac{24}{41}\sqrt{41}$ C. $\frac{30}{41}\sqrt{41}$ D. $\frac{36}{41}\sqrt{41}$ E. $2\sqrt{41}$
- Diketahui limas beraturan T.ABCD. Panjang rusuk alas 12 cm, dan panjang rusuk tegak $12\sqrt{2}$ cm. Jarak A ke TC adalah ... cm.
A. 6 B. $6\sqrt{2}$ C. $6\sqrt{6}$ D. 8 E. $8\sqrt{6}$

8. Diketahui Bidang empat T.ABC dengan AT, AB dan AC saling tegak lurus di A. Jika panjang $AB=AC=AT= 5$ cm, maka jarak titik A kebidang TBC adalah ... cm
 A. $5/4 \sqrt{6}$ B. $5/3 \sqrt{3}$ C. $5/2 \sqrt{2}$ D. $5/3 \sqrt{6}$ E. $5\sqrt{2}$
9. Panjang rusuk kubus ABCD.EFGH adalah 6 cm. Jika S adalah titik potong EG dan FH, maka jarak DH ke AS adalah ... cm.
 A. $2\sqrt{3}$ B. 4 C. $3\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{6}$ E. 6
10. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk $6\sqrt{3}$ cm. Jarak bidang ACH dan EGB adalah ... cm.
 A. $4\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{3}$ C. 4 D. 6 E. 12
11. Garis yang merupakan diagonal bidang pada kubus ABCD.EFGH adalah....
 A. CE B. FH C. AD D. EH E. BH
12. Perhatikan balok ABCD.EFGH di bawah



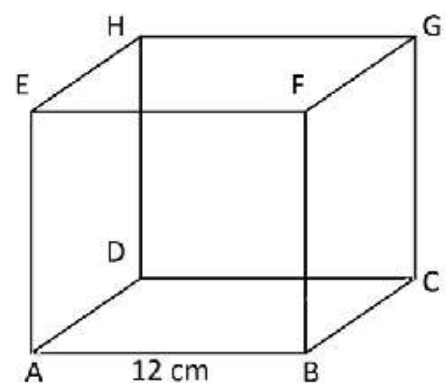
Titik P merupakan titik tengah EF. Jarak antara titik P ke titik C adalah....

- A. $2\sqrt{5}$ cm B. 5 cm C. $3\sqrt{5}$ cm D. $4\sqrt{5}$ cm E. $5\sqrt{5}$ cm
13. Panjang rusuk kubus ABCD.EFGH adalah 12 cm. Jarak antara titik H dan garis DF adalah....
 A. $2\sqrt{6}$ cm B. $4\sqrt{3}$ cm C. $3\sqrt{6}$ cm D. $4\sqrt{6}$ cm E. $12\sqrt{3}$ cm
14. Salah satu bidang diagonal KLMN . OPQR adalah bidang
 A. KLMN B. LMRO C. MNKP D. NOLQ E. OKLQ
15. Perhatikan gambar di samping !
 Jarak titik H ke garis AC adalah
 A. $2\sqrt{2}$ cm D. $3\sqrt{6}$ cm
 B. $3\sqrt{2}$ cm E. $6\sqrt{2}$ cm
 C. $2\sqrt{6}$ cm



16. Diketahui balok $ABCD.EFGH$ panjang rusuk $AB=8$ cm, $AE=8$ cm, dan $BC=12$ cm. Titik P berada di tengah-tengah rusuk CG . Jarak titik B ke titik P adalah
- A. $2\sqrt{10}$ cm D. $4\sqrt{10}$ cm
 B. $2\sqrt{13}$ cm E. $4\sqrt{13}$ cm
 C. $8\sqrt{2}$ cm

17. Perhatikan gambar di samping !
 Tentukan jarak garis FH ke bidang BDG
- A. $\sqrt{3}$ cm D. $4\sqrt{3}$ cm
 B. $2\sqrt{3}$ cm E. $5\sqrt{3}$ cm
 C. $3\sqrt{3}$ cm



Rangkuman Materi

Statistika

A. Interpretasi Data

Data bisa disajikan dengan berbagai macam cara antara lain tabel, diagram batang, diagram garis, diagram lingkaran, dan lain sebagainya.

B. Pemusatan Data

1. Mean/Rata-rata

- Data tunggal $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$
- Data berbobot $\bar{x} = \frac{\sum f \cdot x_i}{\sum f}$
- Data berkelompok $\bar{x} = \frac{\sum f \cdot x_t}{\sum f}$

Info : Sebagai pertimbangan.

Pada kisi-kisi tahun 2018/2019 lingkup materi ini terdapat pada semua kelompok baik teknik, akuntansi maupun pariwisata.

2. Modus/Nilai yang Paling Banyak

- Data tunggal (a, b, c, d, e, a, a)
- Data berkelompok $Mo = Tb + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right) \cdot p$

3. Median/Nilai Tengah

- Data tunggal
Urutkan mulai data terkecil ke data terbesar.

Untuk n ganjil, maka $Me = X_{\frac{1}{2} \times (n+1)}$

Untuk n genap, maka $Me = \frac{1}{2} \left[x_{\frac{1}{2}n} + x_{\frac{1}{2}n+1} \right]$

- Data berkelompok $Me = Tb + \left(\frac{\frac{1}{2}n - fk}{f_{med}} \right) \cdot p$

**Simpangan Rata-rata
(Deviasi Rata-rata) :**

$$SR = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n}$$

Ragam (Varian):

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

4. Quartil/Nilai dari Data Tertentu yang Dibagi Empat Bagian

- Data tunggal
Letak kelas $Q_i = \frac{i}{4} (n + 1) = p + \frac{i}{4}$

$$Q_i = X_p + \frac{i}{4} (X_{p+1} - X_p)$$

- Data berkelompok
Letak kelas $Q_i = \frac{i}{4} n$

$$Q_i = Tb + \left(\frac{\frac{i}{4}n - fk}{f_i} \right) \cdot p$$

5. Rentang/Jangkauan

$$Rentang = X_{max} - X_{min}$$

6. Jangkauan Antarkuartil/Hamparan

$$JAK = Q_3 - Q_1$$

7. Simpangan Kuartil/Jangkauan Semi Kuartil

$$SK (Qd) = \frac{1}{2} (Q_3 - Q_1)$$

8. Rataan Tiga

$$RT = \frac{1}{4} (Q_1 + 2Q_2 + Q_3)$$

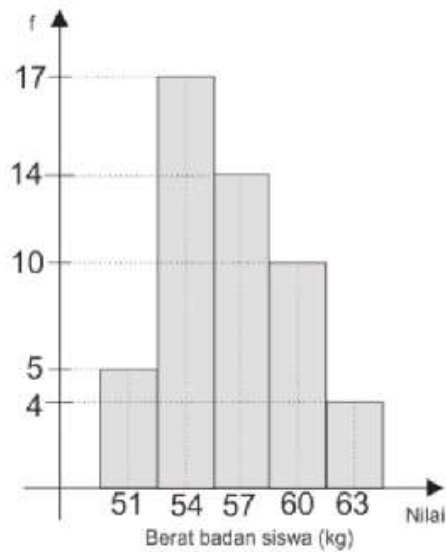
**Simpangan Baku
(Standar Deviasi) :**

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

$$S = \sqrt{S^2}$$

Contoh Soal

1. Gambar di bawah ini adalah histogram berat badan 50 siswa. Rata-rata berat badan adalah kg



Penyelesaian:

$$f_1 \cdot x_1 = 5 \times 51 = 255$$

$$f_2 \cdot x_2 = 17 \times 54 = 918$$

$$f_3 \cdot x_3 = 14 \times 57 = 798$$

$$f_4 \cdot x_4 = 10 \times 60 = 600$$

$$f_5 \cdot x_5 = 4 \times 63 = 252$$

$$\sum f \cdot x = 255 + 918 + 798 + 600 + 252 = 2823$$

$$\sum f = 50 \quad \text{Jadi,} \quad \bar{x} = \frac{\sum f \cdot x}{\sum f} = \frac{2823}{50} = 56,46$$

2. Nilai rata-rata ulangan matematika dari 35 siswa adalah 58. Jika nilai Ani dan Budi digabungkan dengan kelompok tersebut, maka nilai rata-ratanya menjadi 59. Nilai rata-rata Ani dan Budi adalah

Penyelesaian:

$$(1) \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{35}}{35} = 58$$

$$(2) \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{35} + A + B}{37} = 59$$

Dari (1) dan (2) diperoleh:

$$35 \cdot 58 + A + B = 37 \cdot 59$$

$$A + B = 37 \cdot 59 - 35 \cdot 58$$

$$\frac{A + B}{2} = \frac{37 \cdot 59 - 35 \cdot 58}{2} = 76,5 \quad (\text{dibagi 2 karena rata-rata})$$

3. Skor hasil seleksi pra olimpiade salah satu provinsi disajikan pada tabel berikut:

Skor	Frekuensi
2 - 4	2
5 - 7	5
8 - 10	6
11 - 13	4
14 - 16	3

Rata-rata hasil seleksi tersebut adalah

Penyelesaian:

Skor	Titik tengah (xi)	Frekuensi (f)	$f_i x_i$
2 - 4	3	2	6
5 - 7	6	5	30
8 - 10	9	6	54
11 - 13	12	4	48
14 - 16	15	3	45

$$\sum f = 20$$

$$\sum f_i x_i = 183$$

$$\text{Rata-rata} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f} = \frac{183}{20} = 9,15$$

4. Median dari data berkelompok pada tabel di bawah ini adalah

Nilai	Frekuensi
50 - 54	4
55 - 59	8
60 - 64	14
65 - 69	35
70 - 74	27
75 - 79	9
80 - 84	3

Penyelesaian:

$$n = 100.$$

$$\text{Kelas median} \rightarrow \frac{1}{2}n = \frac{1}{2} \times 100 = 50. \text{ Sehingga kelas median terletak pada}$$

interval

65 - 69.

Panjang kelas (p) = 5.

Tepi bawah kelas median (tb) = 65 - 0.5 = 64,5.

Jumlah semua frekuensi sebelum kelas median = 14 + 8 + 4 = 26.

Frekuensi kelas median (f) = 35.

$$\begin{aligned}
 \text{Median} = Q_2 &= tb + \left(\frac{\frac{1}{2}n - f_k}{f_i} \right) p \\
 &= 64,5 + \left(\frac{50 - 26}{35} \right) \cdot 5 \\
 &= 67,93
 \end{aligned}$$

5. Modus dari data berat badan (dalam kg) dari 40 siswa di bawah ini adalah

Berat Badan (kg)	Frekuensi
40 - 44	6
45 - 49	12
50 - 54	8
55 - 59	3
60 - 64	11

Penyelesaian:

Kelas modus = 45 - 49, sehingga tepi bawah kelas modus (tb) = 44,5.

(selisih frekuensi kelas modus dengan frekuensi sebelum kelas modus)

$$d_1 = 12 - 6 = 6.$$

(selisih frekuensi kelas modus dengan frekuensi setelah kelas modus)

$$d_2 = 12 - 8 = 4.$$

Panjang kelas (i) = 5.

$$M_o = tb + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \cdot p$$

$$M_o = 44,5 + \frac{6}{6 + 4} \cdot 5 = 47,5$$

6. Kuartil bawah dan kuartil atas dari data yang tersaji pada tabel distribusi di bawah adalah

Nilai	Frekuensi
30 – 39	1
40 – 49	3
50 – 59	11
60 – 69	21
70 – 79	43
80 – 89	32
90 – 99	9

Pembahasan kuartil bawah:

Pada tabel di atas terlihat banyak nya data, $n = 120$

$$\text{Letak } Q_i = \frac{i \cdot n}{4} \quad \{i = 1, 2, 3\}$$

$$\text{Letak } Q_1 = \frac{1 \cdot 120}{4} = 30$$

Dengan demikian letak kuartil bawah adalah pada data ke-30. Berikut ini adalah daftar frekuensi kumulatif kurang dari.

Nilai	Frekuensi	F. Kumulatif kurang dari
30 – 39	1	1
40 – 49	3	4
50 – 59	11	15
60 – 69	21	36
70 – 79	43	79
80 – 89	32	111
90 – 99	9	120

Tampak bahwa frekuensi kumulatif kelas interval ke-4 = $36 > 30$. Sehingga kelas interval ke-4 adalah Q_1

$$T_b = 60 - 0,5 = 59,5$$

$$fk = 1 + 3 + 11 = 15$$

$$fi = 21$$

$$i = 69,5 - 59,5 = 10$$

$$n = 120$$

Nilai Q_i dihitung dengan menggunakan rumus :

$$Q_i = T_b + \left(\frac{\frac{i \cdot n}{4} - fk}{fi} \right) \cdot p$$

$$Q_1 = 59,5 + \left(\frac{\frac{1 \cdot 120}{4} - 15}{21} \right) \cdot 10$$

$$Q_1 = 59,5 + \left(\frac{30 - 15}{21} \right) \cdot 10$$

$$Q_1 = 59,5 + \left(\frac{15}{21} \right) \cdot 10$$

$$Q_1 = 59,5 + 7,1$$

$$Q_1 = 66,6$$

Jadi kuartil bawah pada data di atas adalah 66,6

Pembahasan kuartil atas:

Pada tabel di atas terlihat banyak nya data, $n = 120$

$$\text{Letak } Q_i = \frac{i \cdot n}{4} \quad \{i = 1, 2, 3\}$$

$$\text{Letak } Q_3 = \frac{3 \cdot 120}{4} = 90$$

Selain Kuartil untuk menyatakan ukuran letak data kita juga mengenal Desil dan Persentil, dengan rumus :

Desil (membagi data sama besar menjadi 10 bagian)

$$D_i = T_b + \left(\frac{\frac{i \cdot n}{10} - fk}{fi} \right) \cdot p$$

dengan : $i = 1, 2, 3, 4$

Persentil (membagi data sama besar menjadi 100 bagian)

$$P_i = T_b + \left(\frac{\frac{i \cdot n}{100} - fk}{fi} \right) \cdot p$$

dengan : $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$

Dengan demikian letak kuartil atas adalah pada data ke-90. Berikut ini adalah daftar frekuensi kumulatif kurang dari.

Nilai	Frekuensi	F. Kumulatif kurang dari
30 - 39	1	1
40 - 49	3	4
50 - 59	11	15
60 - 69	21	36
70 - 79	43	79
80 - 89	32	111
90 - 99	9	120

Tampak bahwa frekuensi kumulatif kelas interval ke-6 = 111 > 90. Sehingga kelas interval ke-6 adalah Q_3

$$T_b = 80 - 0,5 = 79,5$$

$$fk = 1 + 3 + 11 + 21 + 43 = 79$$

$$\bar{f}_i = 32$$

$$p = 89,5 - 79,5 = 10$$

$$n = 120$$

Nilai Q_i dihitung dengan menggunakan rumus :

$$Q_i = T_b + \left(\frac{\frac{i}{4} \cdot n - f_k}{f} \right) \cdot p$$

$$Q_3 = 79,5 + \left(\frac{\frac{3}{4} \cdot 120 - 79}{32} \right) \cdot 10$$

$$Q_3 = 79,5 + \left(\frac{90 - 79}{32} \right) \cdot 10$$

$$Q_3 = 79,5 + \left(\frac{11}{32} \right) \cdot 10$$

$$Q_3 = 79,5 + 3,4$$

$$Q_3 = 82,9$$

7. Simpangan kuartil dari data 6, 7, 7, 3, 8, 4, 6, 5, 5, 9, 10, 4, 4, 3, 10 adalah

Penyelesaian:

Data diurutkan terlebih dahulu:

3 3 4 4 4 5 5 6 6 7 7 8 9 10 10
 Q_1 Q_2 Q_3

Simpangan kuartil untuk data tunggal

$$= \frac{1}{2}(Q_3 - Q_1)$$

$$= \frac{1}{2}(8 - 4)$$

$$= 2$$

8. Ragam (varians), Simpangan baku dan simpangan rata - rata dari data: 3, 3, 4, 5, 5 adalah

Penyelesaian:

$$\bar{x} = \frac{3 + 3 + 4 + 5 + 5}{5} = \frac{20}{5} = 4$$

$$\text{Ragam} = S^2 = \frac{1}{5}[(3 - 4)^2 + (3 - 4)^2 + (4 - 4)^2 + (5 - 4)^2 + (5 - 4)^2]$$

$$\text{Ragam} = S^2 = \frac{1}{5}[1 + 1 + 1 + 1]$$

$$\text{Ragam} = S^2 = \frac{4}{5}$$

$$\text{Simpangan baku} = S = \sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2}{5}\sqrt{5}$$

$$SR = \frac{\sum_{i=1}^n |xi - \bar{x}|}{n} = \frac{|3-4| + |3-4| + |4-4| + |5-4| + |5-4|}{5}$$

$$SR = \frac{1+1+0+1+1}{5} = \frac{4}{5} \quad \text{Maka Ragam (varians)} = \frac{4}{5},$$

$$\text{Simpangan baku} = \frac{2}{5}\sqrt{5} \quad \text{dan}$$

$$\text{Simpangan rata-ratanya} = \frac{4}{5}$$

Perhatikan tabel berikut : Desil ke-8 dari data di bawah adalah....

Data	Frekuensi
1 - 5	4
6 - 10	15
11 - 15	7
16 - 20	3
21 - 25	1
Jumlah	30

Penyelesaian:

Letak $D_8 = \frac{8}{10} \times 30 = 24$ sehingga jika dihitung dari frekuensi letak data ke-24 berada di Data 11 - 15 dengan demikian $Tb = 10,5 \cdot f_i = 7 \cdot fk = 15 + 4 = 19$ dengan $p = 5$

$$D_i = Tb + \left(\frac{\frac{i}{10}n - fk}{f_i} \right) \cdot p$$

$$D_8 = 10,5 + \left(\frac{24 - 19}{7} \right) \cdot 5$$

$$D_8 = 10,5 + \left(\frac{5}{7} \right) \cdot 5$$

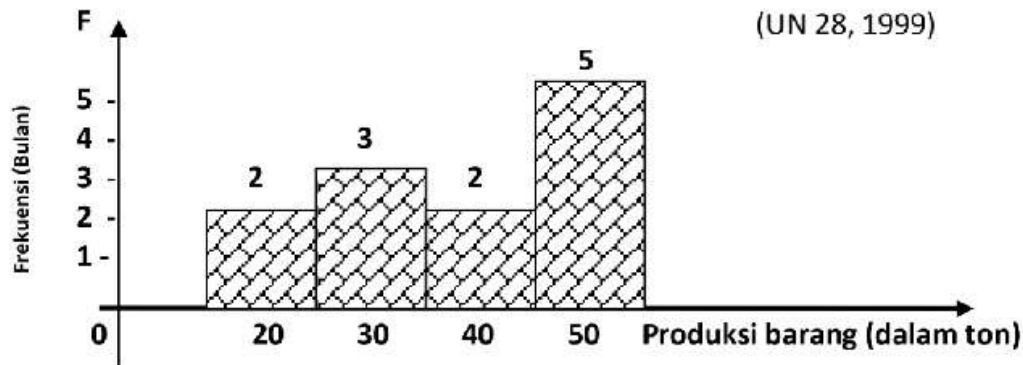
$$D_8 = 10,5 + \frac{25}{7} = 10,5 + 3,57 = 14,07$$

Info :

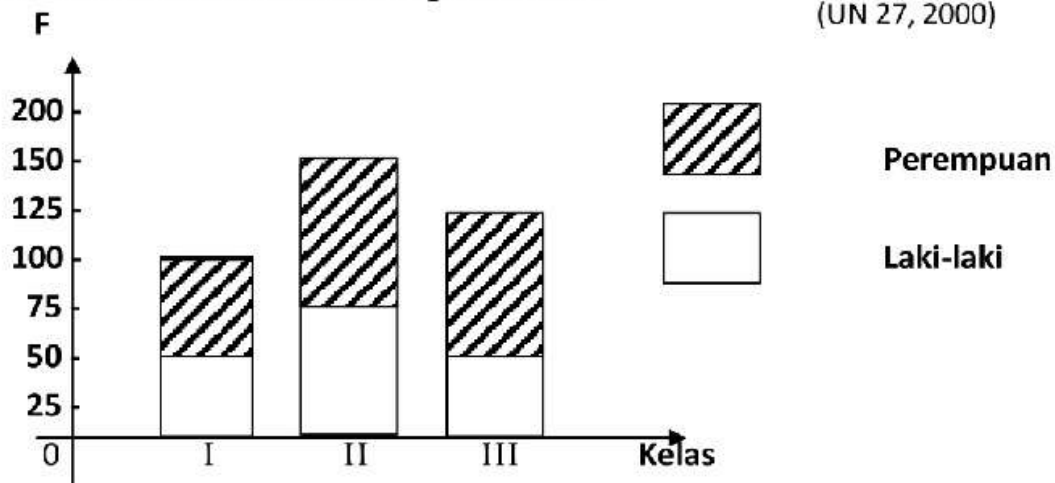
Sering keluar dalam kisi-kisi UN kelompok pariwisata khusus Desil dan Persentil

Latihan Soal 13

1. Diagram berikut menunjukkan frekuensi produksi suatu barang yang dihasilkan oleh sebuah pabrik selama 12 bulan. Rata – rata produksi barang tiap bulan adalah

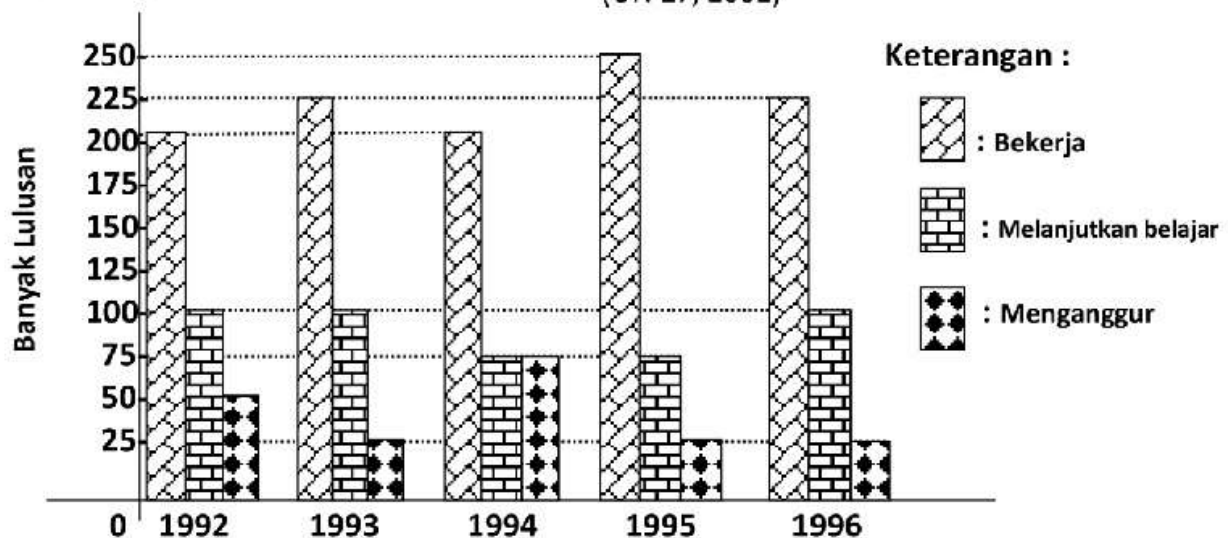


- A. 50,00 ton B. 38,33 ton C. 37,50 ton D. 35,83 ton E. 35,00 ton
2. Keadaan siswa sekolah adalah sebagai berikut :



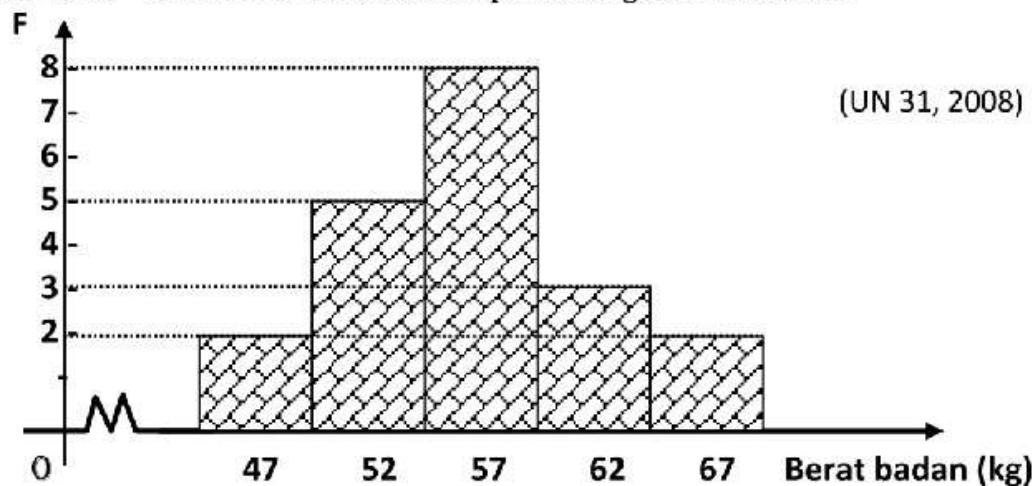
Jumlah siswa perempuan sekolah tersebut adalah

- A. 155 orang B. 175 orang C. 200 orang D. 220 orang E. 250 orang
3. Diagram berikut ini menggambarkan kondisi lulusan dari suatu SMK dari tahun 1992 sampai dengan tahun 1996. Banyak lulusan yang *tidak* menganggur selama tahun 1992 sampai dengan tahun 1995 adalah ...
- (UN 27, 2001)



- A. 175 orang B. 875 orang C. 1.050 orang D. 1.225 orang E. 1.300 orang

4. Nilai rata – rata data berat badan pada diagram adalah. ...



- A. 54,0 kg B. 54,5 kg C. 55,0 kg D. 56,5 kg E. 59,0 kg
5. Diagram di bawah ini menunjukkan cara yang ditempuh oleh 200 siswa SMK X untuk berangkat ke sekolah. Jumlah siswa yang tidak berjalan kaki ke sekolah sebanyak



- A. 20 siswa (UN 34, 2009)
 B. 60 siswa
 C. 80 siswa
 D. 120 siswa
 E. 140 siswa

6. Perhatikan tabel berikut !
 Jika nilai rata – rata data di samping sama dengan 7, maka x adalah ...

- A. 18 D. 10
 B. 16 E. 7
 C. 12
- (UN 28, 2001)

Nilai	Frekuensi
5	6
6	8
7	10
8	x
9	4

7. Rata- rata tinggi badan 35 orang wanita adalah 158 cm. Sedangkan rata- rata tinggi badan 15 orang pria adalah 169 cm. Rata- rata tinggi badan 50 orang tersebut adalah (UN 28 P19, 2010)

- A. 161,3 cm B. 161,7 cm C. 162,3 cm D. 171,4 cm E. 172,6 cm

8. Seorang siswa mempunyai nilai rata-rata ulangan matematika 7,2. Nilai tersebut diperoleh dari tiga kali ulangan. Sesudah siswa tersebut mengikuti ulangan keempat maka rata - ratanya menjadi 7,5 . Nilai siswa pada ulangan keempat adalah (UN 29 P52, 2010)

A. 8,6 B. 8,4 C. 7,6 D. 7,4 E. 7,2

9. Tinggi badan 40 orang anggota PMR di suatu SMK disajikan pada tabel berikut ini :

Maka rata - rata dari data ini adalah ...

A. 145,87 D. 173,84
B. 153,87 E. 183,84
C. 163,88

Tinggi (kg)	Frekuensi
150 – 154	3
155 – 159	4
160 – 164	16
165 – 169	10
170 – 174	6
175 – 179	1

(UN 26 P11, 2003)

10. Diketahui berat badan rata-rata 28 siswa adalah 52 kg. Setelah ditambah 4 anak berat badan rata-ratanya menjadi 53 kg. Berat badan rata-rata 4 anak tersebut adalah

(UN 30 D41, 2012)

A. 54 kg B. 57 kg C. 60 kg D. 65 kg E. 72 kg

11. Nilai ulangan mata pelajaran Matematika 15 siswa adalah

5, 6, 7, 9, 7, 4, 7, 6, 8, 8, 9, 7, 4, 6, 5. Median dari data tersebut adalah (UN 28, 2000)

A. 5 B. 6,5 C. 7 D. 7,5 E. 8

12. Untuk menentukan rata - rata kekuatan nyala lampu listrik, dicoba menyalakan 30 lampu listrik dan diperoleh data sebagai berikut : (UN 32 P11. 2003)

Kekuatan nyala lampu listrik (hari)	45	46	47	48	49	50	51	52	53
Banyaknya lampu	1	4	3	3	2	7	5	2	3

Median dari data di atas adalah ...

A. 47 hari B. 48 hari C. 50 hari D. 51 hari E. 52 hari

13. Tinggi badan 34 orang siswa suatu kelas tercatat seperti pada tabel sebagai berikut

Tinggi (cm)	Frekuensi
145 – 149	3
150 – 154	5
155 – 159	12
160 – 164	7
165 – 169	5
170 – 174	2
JUMLAH	34

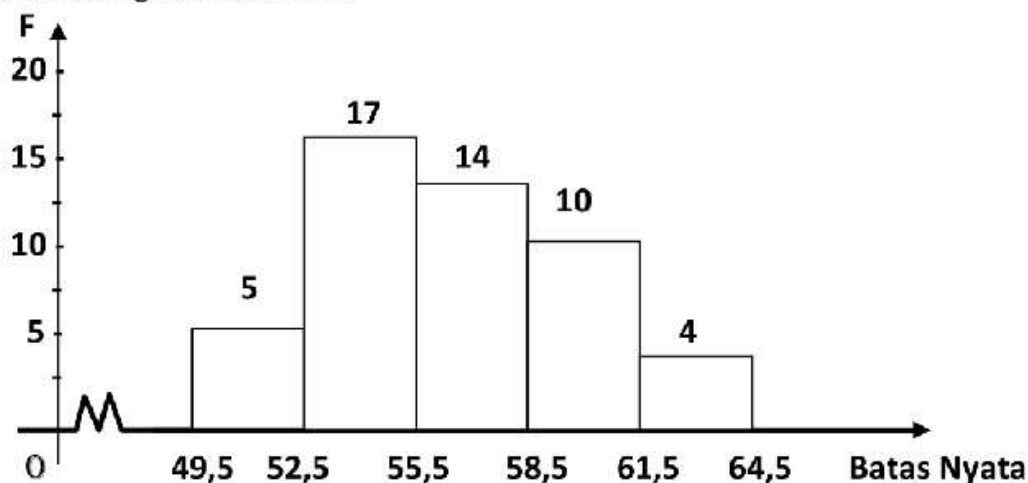
Setelah data diurutkan, tinggi badan yang membagi data di atas menjadi 2 kelompok sama banyak adalah ... (UN 29. 1999)

- A. 158,25 cm B. 157,63 cm C. 155,74 cm D. 155,68 cm E. 155,25 cm
14. Berat badan 50 siswa tercatat seperti tabel berikut :

Berat (kg)	Frekuensi
35 – 39	3
40 – 44	14
45 – 49	17
50 – 54	10
55 – 59	6

Jumlah siswa paling banyak mempunyai berat badan ... (UN 31. 1999)

- A. 43,5 kg D. 47,4 kg
B. 46 kg E. 51,0 kg
C. 47 kg
15. Perhatikan histogram berikut !



Modus dari data tersebut adalah ... (UN 31. 2000)

- A. 54,68 B. 54,90 C. 56,14 D. 56,46 E. 57,90
16. Hasil pendataan usia dari 12 anak Balita (dalam tahun) diketahui sebagai berikut : 4, 3, 4, 4, 2, 1, 1, 2, 1, 3, 3, 4 .
Kuartil atas (Q_3) dari data tersebut adalah ... (UN 30. 1999)

- A. 4 B. $3\frac{1}{2}$ C. 2 D. $1\frac{1}{2}$ E. 1

17. Nilai hasil ujian Praktek Farmakognosi disajikan pada tabel di bawah ini :

Nilai	Frekuensi
50 – 54	1
55 – 59	2
60 – 64	11
65 – 69	10
70 – 74	12
75 – 79	21
80 – 84	6
85 – 89	9
90 – 94	4
95 – 99	4

A. 64,7

B. 65,7

C. 67,5

D. 67,8

E. 76,5

(UN 18 P19. 2007)

Nilai kuartil pertama (Q_1) dari tabel tersebut adalah

18. Hasil tes pelajaran Matematika 15 orang siswa adalah sebagai berikut :

30, 45, 50, 55, 50, 60, 60, 65, 85, 70, 75, 55, 60, 35, 30.

Jangkauan semi interkuartil (Q_d) data di atas adalah ... (UN 30. 2011)

A. 65

B. 45

C. 35

D. 20

E. 10

19. Banyak siswa kelas II suatu SMK yang tidak masuk sekolah dalam 1 minggu pertama awal tahun pelajaran baru adalah 9, 7, 5, 3, 4, dan 2 siswa. Simpangan rata-rata dari data di atas adalah (UN 18 P32. 2006)

A. 2,00

B. 2,27

C. 2,38

D. 5,17

E. 5,67

20. Simpangan rata-rata dari data : 3, 9, 6, 4, 1, 7 adalah ... (UN 18P22, 2006)

A. 2

B. $2\frac{1}{6}$

C. $2\frac{2}{6}$

D. $2\frac{3}{6}$

E. $2\frac{5}{6}$

21. Simpangan rata-rata dari data: 4, 7, 5, 4, 6, 4, 3, 7, 6, 4 adalah (UN 24P23, 2006)

A. 1,0

B. 1,1

C. 1,2

D. 1,3

E. 1,4

22. Simpangan baku (Standar Deviasi) dari data : 2, 11, 1, 10, 3, 9 adalah ...

A. $\frac{10}{6}\sqrt{6}$

B. $\frac{10}{6}\sqrt{3}$

C. $\frac{5}{6}\sqrt{6}$

D. $\frac{5}{3}\sqrt{3}$

E. $\sqrt{6}$

23. Simpangan baku data : 4, 6, 8, 2, 5 adalah ... (UN 32P19, 2010) (UN 32 B26, 2012)

A. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$

B. $\frac{1}{2}\sqrt{3}$

C. $\sqrt{2}$

D. $\sqrt{3}$

E. 2

24. Simpangan baku data : 9, 8, 8, 7, 7, 8, 9 adalah ... (UN 30K. ZI, 2014)(UN 32K. E, 2015)

A. $\frac{2}{7}\sqrt{7}$

B. $\frac{1}{7}\sqrt{35}$

C. $\frac{1}{4}\sqrt{28}$

D. $\frac{1}{2}\sqrt{7}$

E. $\frac{1}{2}\sqrt{35}$

25. Ragam (varians) dari data 3, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 7, 7, 8, 8, 9 adalah ... (EBTANAS 1998)

A. $\frac{17}{6}$

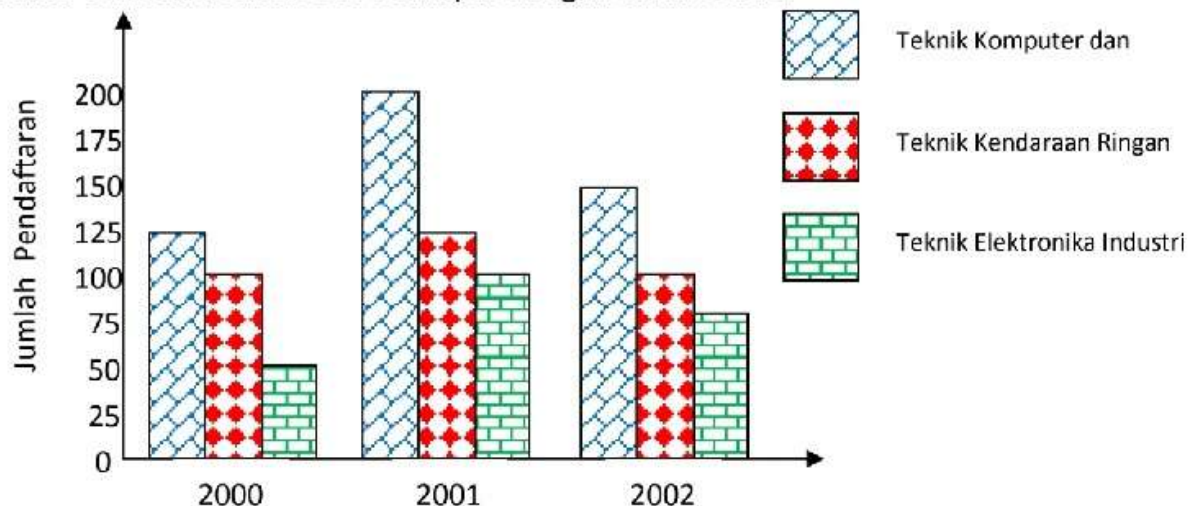
B. $\frac{19}{6}$

C. $\frac{21}{6}$

D. $\frac{23}{6}$

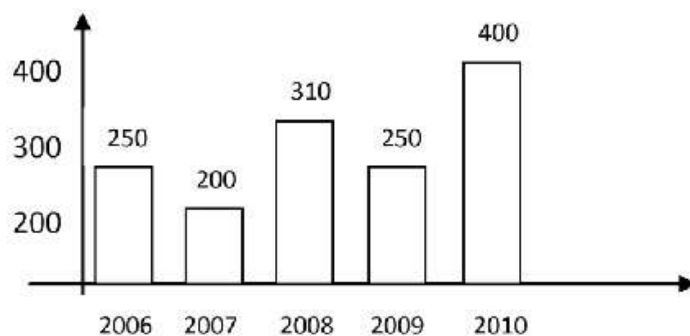
E. $\frac{25}{6}$

26. Diagram berikut ini menggambarkan jumlah pendaftar calon siswa baru pada 3 jurusan di suatu SMK dari tahun 2000 sampai dengan tahun 2002.



Persentase banyaknya pendaftar yang tidak memilih jurusan Teknik Elektronika Industri selama tiga tahun tersebut adalah.... (UN 29. 2016)

- A. 52, 15 % B. 60, 00 % C. 65, 25 % D. 70, 05 % E. 78, 05 %
27. Perusahaan pembibitan tanaman hias mengolah data pesanan tanaman. Diagram batang berikut menyatakan banyaknya pesanan tanaman “bibit unggul” dari tahun 2006 – 2010.



Manakah pernyataan yang benar berdasarkan diagram ? (UN 30. 2016)

- A. Terjadi kecenderungan naik untuk setiap tahun dari pesanan tanaman.
 B. Terjadi kecenderungan turun untuk setiap tahun dari pesanan tanaman.
 C. Terjadi kenaikan paling banyak pesanan tanaman dua tahun terakhir.
 D. Data diagram tersebut tidak terlalu penting karena naik turunnya pesanan tahunan.
 E. Data diagram tersebut sangat penting jika untung rugi tidak masalah dalam penjualan.
28. Upah rata – rata 7 orang pekerja sebesar Rp. 250.000,00 per hari. Jika ada tambahan satu orang pekerja rata – rata upahnya menjadi Rp. 237.500,00 per hari. Manakah pernyataan yang tepat berdasarkan data ? (UN 31. 2016)
- A. Upah pekerja baru 50 % lebih kecil dari rata-rata pekerja lama.
 B. Upah pekerja untuk delapan orang tersebut kurang dari dua juta rupiah.
 C. Upah pekerja baru sebesar 75 % dari rata-rata upah pekerja lama.
 D. Pekerja baru membebani anggaran lebih dari 70 %.
 E. Anggaran untuk membayar pekerja delapan orang merugikan usaha.

29. Kuartil bawah (Q_1) dari data yang disajikan pada tabel di bawah adalah..

(UN 32. 2016)

- A. 158,0
- B. 158,8
- C. 159,8
- D. 159,9
- E. 169,0

Interval	Frekuensi
151 – 155	4
156 – 160	7
161 – 165	12
166 – 170	10
171 – 175	7
Jumlah	40

30. Modus dari data di bawah adalah

Nilai	Frekuensi
41 – 50	2
51 – 60	9
61 – 70	7
71 – 80	10
81 – 90	4
91 – 100	8

- A. 73,3
- B. 73,8
- C. 74,3
- D. 74,5
- E. 75,5

31. Diagram lingkaran di bawah menyatakan jenis ekstrakurikuler di suatu SMK yang diikuti oleh 500 orang siswa. Banyak siswa yang mengikuti ekstrakurikuler paskibraka dan beladiri adalah....
(UN 25. 2017)

- A. 175 siswa
- B. 200 siswa
- C. 275 siswa
- D. 300 siswa
- E. 325 siswa



32. Mean dari data tabel berikut ini adalah....
(UN 26. 2017)

Nilai	Frekuensi
47 – 49	3
50 – 52	9
53 – 55	6
56 – 58	7
59 – 61	5

- A. 51,75
- B. 53,70
- C. 54,20
- D. 54,50
- E. 60,00

33. Rata-rata nilai matematika jurusan Teknik Kendaraan Ringan adalah 7 dan jurusan Teknik Pemesinan adalah 6. Banyaknya siswa jurusan Teknik Kendaraan Ringan adalah 40 dan jurusan Teknik Pemesinan adalah 35. Nilai rata-rata kedua jurusan tersebut adalah....
(UN 27. 2017)

- A. 6,00
- B. 6,25
- C. 6,33
- D. 6,45
- E. 6,53

34. Simpangan baku dari data : 3, 5, 6, 6, 7, 10, 12 adalah (UN 28. 2017)

- A. $5\sqrt{2}$ B. $3\sqrt{3}$ C. $3\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{3}$ E. $2\sqrt{2}$

35. Tes kompetensi keahlian Teknik Gambar Bangunan diberikan kepada tiga kelas dengan jumlah siswa 100 orang. Nilai rata-rata kelas pertama, kedua dan ketiga adalah 85, 90, 95. Jika banyak siswa kelas pertama 30 orang dan kelas ketiga 4 orang lebih banyak dari kelas kedua, rata-rata nilai seluruh siswa tersebut adalah (UN 31. 2018)

- A. 90,25 C. 91,25 E. 91,45
B. 90,35 D. 91,35

36. Perhatikan tabel berikut ini! (UN 32. 2018)

Nilai	Frekuensi
70	4
75	7
80	8
85	9
90	6
95	3
100	2
Jumlah	39

Simpangan kuartil dari data di atas adalah

- A. 6,5
B. 7,5
C. 8,5
D. 9,5
E. 10,5

37. Nilai ulangan Matematika 32 orang siswa disajikan pada tabel berikut. (UN 33. 2018)

Nilai	Frekuensi
31 – 40	1
41 – 50	2
51 – 60	10
61 – 70	8
71 – 80	7
81 – 90	4

Modus dari nilai ulangan matematika adalah

- A. 58,0
B. 58,5
C. 59,0
D. 60,5
E. 62,0

38. Simpangan baku dari data 5,6,4,13,12,14 adalah (UN 34. 2018)

- A. $\sqrt{24}$ B. $\frac{5}{3}\sqrt{2}$ C. $\frac{5}{3}\sqrt{6}$ D. $2\sqrt{6}$ E. $5\sqrt{2}$

39. Desil ketujuh (D7) dari data yang disajikan pada tabel di bawah adalah..

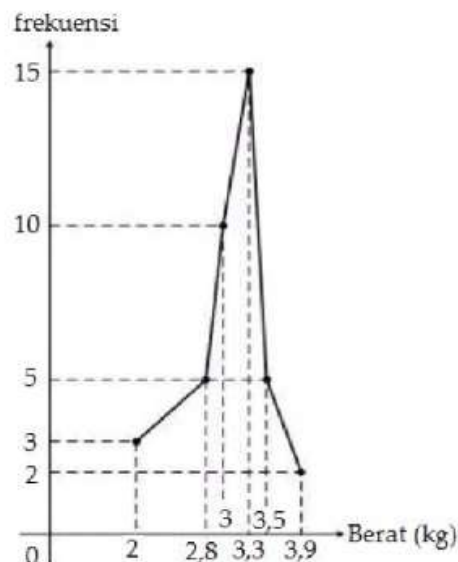
- A. 72,3
B. 73,4
C. 74,8
D. 75,6
E. 75,9

Interval	Frekuensi
42 – 48	2
49 – 55	11
56 – 62	11
63 – 69	25
70 – 76	25
77 – 83	13
84 – 90	3

40. Berat badan bayi baru lahir dalam kurun waktu sebulan di desa Suka Makmur disajikan dalam diagram berikut. (UN 26 AKP. 2018)

Berat badan bayi baru lahir yang berada di atas rata-

- A. 18 orang
- B. 20 orang
- C. 22 orang
- D. 25 orang
- E. 32 orang



41. Pada sebuah sekolah dilakukan pendataan mengenai berat badan, didapatkan data sebagai berikut: (UN 27 AKP. 2018)

Berat Badan (dalam kg)	Frekuensi
55 – 59	9
60 – 64	17
65 – 69	20
70 – 74	30
75 – 79	15
80 – 84	9

Jika 40% tertinggi dari jumlah siswa memiliki berat badan ideal, maka batas berat ideal adalah

- A. 69,17 kg B. 70,33 kg C. 71,83 kg D. 72,67 kg E. 73,17 kg

42. Di suatu kelas yang memiliki 32 siswa, nilai matematika yang diperoleh kelas tersebut adalah 8 siswa mendapat nilai 10, 17 siswa mendapat nilai 9, 4 siswa mendapat nilai 6 dan 3 siswa mendapat nilai 5. Rata-rata nilai matematika kelas A adalah (UN 28 AKP. 2018)
- A. 7,8 B. 8,4 C. 8,5 D. 8,7 E. 9,2

43. Dari hasil seleksi penerimaan karyawan baru di suatu perusahaan tersaji dalam tabel frekuensi berikut ini :

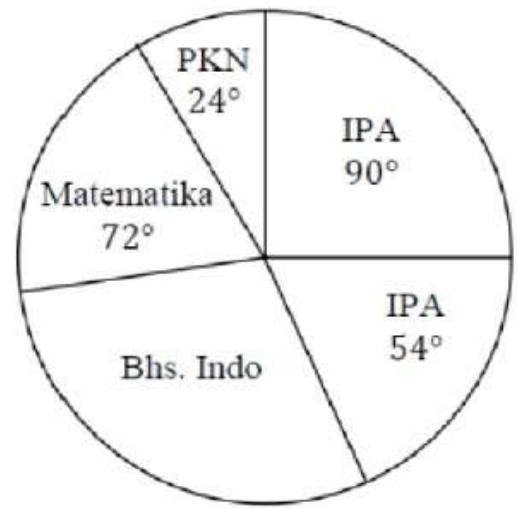
Nilai	Frekuensi
20 – 29	1
30 – 39	1
40 – 49	3
50 – 59	4
60 – 69	12
70 – 79	11
80 – 89	5
90 – 99	3

Dari data tersebut 30% peserta dinyatakan lulus seleksi. Nilai terendah dari peserta yang diterima adalah....

- A. 75,23
- B. 75,33
- C. 75,86
- D. 80,86
- E. 85,86

ISIAN

44. Diagram lingkaran di samping ini menunjukkan banyaknya buku mata pelajaran umum di perpustakaan sebuah SMK di kota tertentu. Jika jumlah semua buku untuk mata pelajaran umum yang ada di perpustakaan 1.440 buah, banyak buku Bahasa Indonesia adalah ... buah. (Tuliskan jawaban dalam angka saja) (UN 4B. 2018)



Kaidah Pencacahan, Permutasi dan Kombinasi

Kompetensi Dasar	
3.25 Menganalisis kaidah pencacahan, permutasi dan kombinasi pada masalah kontekstual	4.25 Menyajikan penyelesaian masalah kontekstual berkaitan dengan kaidah pencacahan, permutasi dan kombinasi

A. KAIDAH PENCACAHAN, PERMUTASI DAN KOMBINASI

A.1. KAIDAH PENCACAHAN (PRINSIP PERKALIAN).

Sebelum mempelajari serta mengenal, memahami dan menyelesaikan beberapa permasalahan matematika yang menyangkut kaidah pencacahan, permutasi dan kombinasi diharapkan peserta didik secara mandiri dan atau kelompok diskusi menggali informasi dan pengalaman belajar terdahulu dari beberapa sumber referensi maupun media interaktif.

Diskusikan dengan kelompok belajar kalian, guna memahami beberapa hal berikut ini:

Pengantar materi:

Jika untuk terjadinya suatu peristiwa, memerlukan beberapa peristiwa secara berantai, misalnya: Kejadian pertama dapat terjadi dengan n_1 cara, kejadian ke-dua dapat terjadi dengan n_2 cara, kejadian ke-tiga dapat terjadi dengan n_3 cara, dan seterusnya hingga kejadian ke-p dapat terjadi dengan n_p cara, maka keseluruhan kejadian berantai tersebut dapat terjadi dalam

$(n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot \dots \cdot n_p)$ cara.

Contoh 1 :

Dari enam (6) buah bilangan yaitu: 1, 2, 3, 4, 5, dan 6, akan disusun menjadi bilangan yang terdiri dari tiga angka.

Berapa banyak susunan yang dapat dibuat jika:

- Boleh ada angka yang sama
- Tidak boleh ada angka yang sama.

Penyelesaian :

a. Perhatikan tiga susunan kotak, di samping :

I

II

III

Kotak I : Tempat untuk angka yang mewakili ratusan.

Dapat dipilih salah satu angka dari 6 angka yang tersedia. (Ada 6 cara)

Kotak II : Tempat untuk angka yang mewakili puluhan.

Dapat dipilih salah satu angka dari 6 angka yang tersedia. (Ada 6 cara)

Kotak III: Tempat untuk angka yang mewakili satuan.

Dapat dipilih salah satu angka dari 6 angka yang tersedia. (Ada 6 cara).

Jadi, banyaknya bilangan yang dapat disusun adalah: $6 \times 6 \times 6 = 216$ bilangan.

b. Perhatikan tiga susunan kotak, di samping:

I

II

III

Kotak I : Tempat untuk angka yang mewakili ratusan.

Dapat dipilih salah satu angka dari 6 angka yang tersedia. (Ada 6 cara)

Kotak II : Tempat untuk angka yang mewakili puluhan.

Dapat dipilih salah satu angka dari 5 angka yang tersedia. (Ada 5 cara)

Kotak III: Tempat untuk angka yang mewakili satuan.

Dapat dipilih salah satu angka dari 4 angka yang tersedia. (Ada 4 cara)

Jadi, banyaknya bilangan yang dapat disusun adalah: $6 \times 5 \times 4 = 120$ bilangan.

Diskusikan dengan kelompok belajar kalian, guna menyelesaikan dan memahami permasalahan berikut ini:

Latihan Terbimbing 1 :

Untuk membentuk pengurus baru suatu organisasi melalui pemilihan, tersedia 2 orang calon ketua, 3 orang calon sekretaris, dan 2 orang calon bendahara.

Dalam berapa cara susunan pengurus itu dapat dipilih jika setiap calon hanya dapat dipilih untuk jabatan yang sesuai ?

Penyelesaian :

Perhatikan tiga posisi pengurus, sebagai berikut:

Ketua	Sekretaris	Bendahara
2	3	2

Memilih ketua dapat dilakukan dengan cara.

Memilih sekretaris dapat dilakukan dengan cara.

Memilih bendahara dapat dilakukan dengan cara.

Jadi, susunan pengurus yang mungkin terbentuk ada: x x = ...

FAKTORIAL :

Definisi: Hasil Perkalian *semua bilangan Asli* dari 1 sampai dengan n disebut ***n* faktorial**. Dan dilambangkan dengan: $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot (n-2) \cdot (n-1) \cdot n$

$$n! = n \cdot (n-1)! \quad \text{atau} \quad \frac{n!}{(n-1)!} = n$$

$$1! = 0! = 1$$

Ingat : $7! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7$

Boleh di balik : $7! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

Latihan terbimbing 2 :

Hitunglah, beberapa hubungan berikut ini :

a. $8!$ b. $2! + 4! - 3!$ c. $3! \cdot 5!$ d. $\frac{9!}{5!}$ e. $\frac{7!}{3! \cdot 4!}$

Penyelesaian :

a. $8! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 = 40320$

b. $2! + 4! - 3! = (1 \times 2) + (1 \times \dots \times \dots \times 4) - (\dots \times \dots \times \dots)$
 $= 2 + \dots - \dots = \dots - \dots$

c. $3! \cdot 5! = (1 \times \dots \times \dots) \cdot (1 \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots) = \dots \times \dots = \dots$

d. $\frac{9!}{5!} = \frac{9 \times \dots \times \dots \times \dots \times 5!}{5!} = 9 \times \dots \times \dots \times \dots = \dots$

e. $\frac{7!}{3! \cdot 4!} = \frac{7 \times \dots \times \dots \times 4!}{(3 \times \dots \times \dots) 4!} = \frac{7 \times \dots \times \dots}{3 \times \dots \times \dots} = 7 \times \dots = \dots$

A.2. PERMUTASI.

Pengantar materi:

Permutasi adalah suatu aturan menyusun semua atau sebagian anggota/elemen/unsur suatu anggota himpunan dengan memperhatikan urutan (susunannya). (Maksudnya: AB dengan BA berbeda)

A.2.1. Permutasi k unsur dari n unsur:

Permutasi yang dapat terjadi dari n unsur yang ada dan akan disusun dalam k unsur, dilambangkan (dinotasikan) dengan: ${}_n P_k$ atau

$P(n, k)$ atau P_k^n

$${}_n P_k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Sedangkan Permutasi n unsur dari n unsur yang ada, terdefinisi:

$${}_n P_n = n!$$

Diskusikan dengan kelompok belajar anda, masalah berikut ini !

Contoh 2 :

1. Ada berapa cara bila 4 orang remaja (w,x, y, z) menempati tempat duduk yang akan disusun dalam suatu susunan yang teratur ?

Penyelesaian :

$$\begin{aligned} {}_4 P_4 &= 4! \\ &= 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24 \text{ cara} \end{aligned}$$

2. Menjelang Pergantian kepengurusan OSIS SMK Y akan dibentuk panitia inti sebanyak 2 orang (terdiri dari ketua dan wakil ketua), calon panitia tersebut ada 6 orang yaitu: a, b, c, d, e, dan f. Ada berapa pasang calon yang dapat duduk sebagai panitia inti tersebut?

Penyelesaian :

$$\begin{aligned} {}_6 P_2 &= 6!/(6-2)! \\ &= (6.5.4.3.2.1)/(4.3.2.1) = 720/24 = 30 \text{ cara} \end{aligned}$$

3. Terdapat tiga orang (X, Y dan Z) yang akan duduk bersama di sebuah bangku. Ada berapa urutan yang dapat terjadi ?

Penyelesaian :

$$\begin{aligned} {}_n P_n &= n! \\ {}_3 P_3 &= 3! = 1 \times 2 \times 3 = 6 \text{ cara (XYZ, XZY, YXZ, YZX, ZXY, ZYX).} \end{aligned}$$

4. Suatu kelompok belajar yang beranggotakan empat orang (A, B, C dan D) akan memilih ketua dan wakil ketua kelompok. Ada berapa alternatif susunan ketua dan wakil ketua dapat dipilih ?

Penyelesaian :

$${}_nP_x = (n!)/(n-x)!$$

$${}_4P_2 = (4!)/(4-2)!$$

$$= 12 \text{ cara (AB, AC, AD, BA, BC, BD, CA, CB, CD, DA, DB, DC) .}$$

5. Berapa banyaknya permutasi dari cara duduk yang dapat terjadi jika 8 orang disediakan 4 kursi, sedangkan salah seorang dari padanya selalu duduk dikursi tertentu.

Penyelesaian :

Jika salah seorang selalu duduk dikursi tertentu maka tinggal 7 orang dengan 3 kursi kosong.

Maka banyaknya cara duduk ada :

$${}_7P_3 = 7! / (7-3) !$$

$$= 7! / 4 !$$

$$= 7.6.5$$

$$= 210 \text{ cara}$$

6. Tentukan banyaknya permutasi siklus dari 4 unsur yaitu A, B, C, D

Penyelesaian :

Jika banyak unsur $n=4 \rightarrow A, B, C, D$

jadi banyaknya permutasi siklis dari 4 unsur (A B C D) adalah

$$4!/4 = 4.3.2.1/4 = 6$$

Latihan terbimbing 3 :

Dari 7 orang peserta didik, akan dipilih 2 orang untuk menjadi Ketua Kelas dan Sekretaris. Ada berapa pasangan (cara memilih) yang mungkin dapat dilakukan ?

Penyelesaian:

Karena pasangan yang terpilih dapat menempati posisi yang bergantian (dibolak-balik berbeda maknanya) maka cara pemilihan tersebut merupakan pola Permutasi 2 unsur dari 7 unsur yang tersedia, sehingga:

$${}_7P_2 = \frac{.....!}{(7-.....)!} = \frac{.....!}{5!} = \frac{7x.....x5!}{.....} = 7x..... = ...$$

Latihan terbimbing 4 :

Dari 10 orang warga, akan dipilih untuk menjadi Pengurus RT yang terdiri dari Ketua RT, Sekretaris dan Bendahara. Ada berapa pasangan (cara memilih) yang mungkin dapat dilakukan ?

Penyelesaian:

Permutasi 3 unsur dari 10 unsur yang tersedia, sehingga:

$${}_{10}P_3 = \frac{.....!}{(10-.....)!} = \frac{.....!}{.....!} = \frac{.....x^9x.....x^7!}{.....!} = ...x.....x..... = ...$$

A.2.2. Permutasi n unsur yang mengandung k elemen yang sama:

Jika dari n unsur terdapat beberapa unsur yang sama, yaitu p unsur yang sama, q unsur yang sama, r unsur yang sama dan seterusnya, maka Banyaknya Permutasi yang tersusun, terdefinisi dalam :

$${}_nP_{p,q,r,.....} = \frac{n!}{p!.q!.r!.....}$$

Latihan terbimbing 5 :

Dari susunan huruf pada kata "LALAPAN", ada berapa susunan huruf yang dapat dibuat ?

Penyelesaian:

Dari kata LALAPAN, dapat diidentifikasi bahwa huruf L ada 2, huruf A ada 3, huruf P ada 1 dan huruf N ada 1, jumlah huruf semuanya ada 7.

Sehingga Banyaknya susunan huruf yang mungkin terjadi dapat ditentukan dengan pola Permutasi n unsur dengan beberapa elemen yang sama, sbb:

$${}_7P_{3,2,1,1} = \frac{.....!}{...!.2!.....!} = \frac{.....x^3x.....x.....}{(.....x^3)(.....x.....).1.1} = \frac{...x...x...}{.....x.....} = \frac{...}{...} = ...$$

A.2.3. Permutasi Siklis:

Permutasi siklis adalah Permutasi yang susun elemen-elemennya mengikuti kaidah urutan melingkar, dan Permutasi Siklis dari n unsur yang berbeda didefinisikan :

$$P = (n - 1)!$$

Contoh 2 :

1. Sekelompok mahasiswa yang terdiri dari 10 orang akan mengadakan rapat dan duduk mengelilingi sebuah meja, ada berapa carakah ke sepuluh mahasiswa tersebut dapat diatur pada sekeliling meja tersebut ?

Penyelesaian :

$$P_{10} = (10-1)!$$

$$= 9.8.7.6.5.4.3.2.1 = 362880 \text{ cara}$$

2. Ada berapa cara 5 gelas warna yang mengitari meja kecil, dapat menempati kelima tempat dengan urutan yang berlainan?

Penyelesaian :

$$\text{Banyaknya cara duduk ada } (5 - 1) ! = 4 ! = 4.3.2.1 = 24 \text{ cara.}$$

Latihan terbimbing 6 :

Dalam suatu rapat yang akan dihadiri oleh 7 utusan menggunakan media komunikasi tempat duduk mengelilingi sebuah meja. Ada berapa cara duduk yang dapat terjadi ?

Penyelesaian:

Karena mereka harus duduk melingkar, maka susunan/kemungkinan cara duduk mereka dapat ditentukan dengan Permutasi siklis dari 7 unsur berbeda:

$$P = (7 - 1) ! = ... ! = ... \times \times \times \times 5 \times 6 = ...$$

A.3. KOMBINASI.

Pengantar materi:

Kombinasi adalah suatu aturan menyusun semua atau sebagian anggota/elemen/unsur suatu anggota himpunan dengan tanpa memperhatikan urutan (susunan)-nya. (Maksudnya: AB dengan BA sama saja).

Kombinas k unsur dari n unsur :

Kombinasi yang dapat terjadi dari n unsur yang ada dan akan disusun dalam k unsur, dilambangkan (dinotasikan) dengan: ${}_n C_k$ atau $C(n, k)$ atau C_k^n

$${}_n C_k = \frac{n!}{(n-k)!k!} = \frac{{}_n P_k}{k!}$$

Contoh 3 :

1. Dalam mengadakan suatu pemilihan dengan menggunakan obyek 4 orang pedagang kaki lima untuk diwawancarai, maka untuk memilih 3 orang untuk satu kelompok. Ada berapa cara kita dapat menyusunnya?

Penyelesaian :

$$\begin{aligned}4C3 &= 4! / 3! (4-3)! \\ &= (4.3.2.1) / 3.2.1.1 \\ &= 24 / 6 = 4 \text{ cara}\end{aligned}$$

2. Suatu warna tertentu dibentuk dari campuran 3 warna yang berbeda. Jika terdapat 4 warna, yaitu Merah, Kuning, Biru dan Hijau, maka berapa kombinasi tiga jenis warna yang dihasilkan.

Penyelesaian :

$$\begin{aligned}n C x &= (n!) / (x!(n-x)!) \\ 4 C 3 &= (4!) / (3!(4-3)!) = 24/6 = 4 \text{ macam kombinasi (MKB, MKH, KBH, MBH)}.\end{aligned}$$

3. Dalam suatu pertemuan terdapat 10 orang yang belum saling kenal. Agar mereka saling kenal maka mereka saling berjabat tangan. Berapa banyaknya jabat tangan yang terjadi.

Penyelesaian :

$$10 C 2 = (10!) / (2!(10-2)!) = 45 \text{ jabat tangan}$$

4. Suatu kelompok yang terdiri dari 3 orang pria dan 2 orang wanita akan memilih 3 orang pengurus. Berapa cara yang dapat dibentuk dari pemilihan jika pengurus terdiri dari 2 orang pria dan 1 orang wanita.

Penyelesaian :

$$\begin{aligned}3 C 2 \cdot 2 C 1 &= (3!) / (2!(3-2)!) \cdot (2!) / (1!(2-1)!) = 6 \text{ cara,} \\ \text{yaitu : } &L1 L2 W1 ; L1 L3 W1 ; L2 L3 W1 ; L1 L2 W2 ; L1 L3 W2 ; L2 L3 W2\end{aligned}$$

5. Dalam sebuah ujian, seorang mahasiswa diwajibkan mengerjakan 5 soal dari 8 soal yg tersedia. Tentukan:

- a. banyaknya jenis pilihan soal yg mungkin untuk dikerjakan
- b. banyaknya jenis pilihan soal yg mungkin dikerjakan jika no.6 dan no.7 wajib dikerjakan.

Penyelesaian :

$$\begin{aligned}\text{a. } 8 C 5 &= 8! / 5!(8-5)! = (8 \times 7 \times 6 \times 5!) / 5!3! = 56 \text{ cara} \\ \text{b. } 6 C 3 &= 6! / 3!(6-2)! = (6 \times 5 \times 4 \times 3!) / 3!3! = 20 \text{ cara}\end{aligned}$$

6. Banyak cara memilih 4 pengurus dari 6 calon, yang ada sama dengan

Penyelesaian :

$$6 C 4 = 6! / 4!(6-4)! = (6 \times 5 \times 4!) / 4!2! = 15 \text{ cara}$$

7. Dalam sebuah kantong terdapat 7 kelereng. Berapa banyak cara mengambil 4 kelereng dari kantong tersebut?

Penyelesaian :

$$7C4 = \frac{7!}{4!(7-4)!} = \frac{(7 \times 6 \times 5 \times 4!)}{4!3!} = 35 \text{ cara}$$

8. Siswa di minta mengerjakan 9 dari 10 soal ulangan, tetapi soal 1 sampai 5 harus di kerjakan. Banyaknya pilihan yang dapat diambil siswa adalah.

Penyelesaian :

$$5C4 = \frac{5!}{4!(5-4)!} = \frac{(5 \times 4!)}{4!1!} = 5 \text{ cara}$$

9. Seorang peternak akan membeli 3 ekor ayam dan 2 ekor kambing dari seorang pedagang yang memiliki 6 ekor ayam dan 4 ekor kambing. Dengan berapa cara peternak tersebut dapat memilih ternak-ternak yang di inginkannya?

Penyelesaian :

$$\text{Banyak cara memilih ayam} = 6C3 = \frac{6!}{3!(6-3)!} = \frac{6!}{3!3!} = 20 \text{ cara}$$

$$\text{Banyak cara memilih kambing} = 4C2 = \frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{(4 \times 3 \times 2!)}{2!2!} = 6 \text{ cara}$$

$$\text{Jadi, peternak tersebut memiliki pilihan sebanyak} = 20 \times 6 = 120 \text{ cara}$$

10. Sebuah perusahaan membutuhkan karyawan yg terdiri dari 5 putra dan 3 putri. Jika terdapat 15 pelamar, 9 diantaranya putra. Tentukan banyaknya cara menyeleksi karyawan!

Penyelesaian :

$$\text{Pelamar putra} = 9 \text{ dan pelamar putri} = 6 \text{ banyak cara menyeleksi:}$$

$$9C5 \times 6C3 = \frac{9!}{5! \times (9-5)!} \times \frac{6!}{3! \times (6-3)!} = 2520$$

Latihan terbimbing 7 :

Dalam suatu kelompok yang terdiri dari 10 peserta didik akan dipilih untuk menjadi tim inti Bola Volley :

- Ada berapa cara yang dapat dilakukan untuk memilih tim tersebut?
- Berapa cara dapat dilakukan pemilihan jika dua orang siswa harus selalu dipilih?

Penyelesaian:

- Karena yang dipilih obyek hidup yang tidak memandang tempat/posisi maka Banyaknya cara pemilihan dapat ditentukan dengan kaidah Kombinasi, sebagai berikut:

$$C(10, 6) = {}_{10}C_6 = \frac{10!}{(10-6)! \times 6!} = \frac{10!}{4! \times 6!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6!}{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 6!} = \dots$$

- Karena yang dua sudah pasti dipilih, maka tinggal memilih 4 orang dari 8 orang yang tersedia, sehingga berlaku:

$$C(8, 4) = {}_8C_4 = \frac{8!}{(8-4)! \times 4!} = \frac{8!}{4! \times 4!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4! \times 4!} = \dots$$

LATIHAN KD 3.25

Pilihan Ganda :

1. Nomor polisi kendaraan bermotor terdiri dari empat angka dan diawali dengan angka 4 yang disusun dari angka-angka 4, 5, 6, 7, 8, dan 9. Jika angka-angkanya boleh berulang, maka banyaknya nomor polisi tersebut adalah....
A. 60
B. 120
C. 216
D. 360
E. 1.290
2. Banyaknya kemungkinan susunan huruf yang terdiri dari 4 huruf yang dapat dibentuk dari kata " RAPI " adalah....
A. 4
B. 8
C. 16
D. 24
E. 32
3. Dari 10 calon pengurus suatu yayasan akan dipilih 2 orang untuk menduduki jabatan Ketua dan Sekretaris. Banyaknya susunan pengurus yang mungkin adalah....
A. 90
B. 50
C. 45
D. 20
E. 15
4. Dalam suatu ruang ujian terdapat 5 buah kursi. Jika peserta ujian ada 8 orang, sedangkan salah seorang peserta ujian harus duduk pada kursi tertentu, maka banyak cara pengaturan duduk adalah....
A. 336
B. 840
C. 1.680
D. 2.520
E. 3.720
5. Ada 6 orang pria dan 3 wanita. Mereka akan membentuk sebuah panitia yang terdiri dari 5 orang. Berapa cara panitia dapat terbentuk bila harus terdiri dari 3 pria dan 2 wanita ?
A. 20
B. 30
C. 40
D. 60
E. 70
6. Pada kompetisi bola basket yang diikuti oleh 6 regu, panitia menyediakan 6 tiang bendera. Banyaknya susunan yang berbeda untuk memasang bendera tersebut adalah.
A. 6 cara
B. 36 cara
C. 24 cara
D. 120 cara
E. 720 cara

7. Suatu organisasi akan memilih ketua, wakil ketua, sekretaris, bendahara, dan humas. Jika ketua dan wakil ketua dipilih dari 5 orang, sedangkan sekretaris, bendahara dan humas dipilih dari 7 orang yang lain. Banyak cara menyusun pengurus organisasi tersebut adalah....
A. 42
B. 210
C. 221
D. 4.200
E. 30.240
8. Banyak bilangan terdiri dari tiga angka yang disusun dari angka-angka 1,2,3,4,5,6,7,8 serta tidak ada angka yang diulang adalah....
A. 24 buah
B. 48 buah
C. 56 buah
D. 336 buah
E. 6.720 buah
9. Ada 6 siswa baru yang belum saling mengenal satu sama lain, apabila mereka ingin berkenalan dengan berjabat tangan, maka jabatan tangan yang akan terjadi sebanyak
A. 10 kali
B. 12 kali
C. 13 kali
D. 15 kali
E. 16 kali
10. Seorang siswa harus menjawab 7 soal dari 10 soal yang disediakan. Banyaknya cara memilih 7 soal dari 10 soal tersebut adalah....
A. 17 cara
B. 70 cara
C. 120 cara
D. 540 cara
E. 720 cara
11. Suatu tim basket terdiri atas 8 calon pemain, maka banyaknya cara pelatih menyusun tim adalah....
A. 56 cara
B. 72 cara
C. 330 cara
D. 336 cara
E. 446 cara
12. Seorang petani akan memilih 4 macam benih sayuran dari 10 macam benih sayuran yang tersedia. Banyaknya cara memilih keempat macam benih sayuran tersebut adalah
A. 30
B. 40
C. 210
D. 1260
E. 5040
13. Dari 9 orang calon pemain bulu tangkis nasional akan dipilih 4 orang pemain. Banyaknya cara pemilihan jika ada satu orang yang sudah pasti terpilih adalah....
A. 56 cara
B. 70 cara
C. 112 cara
D. 126 cara
E. 252 cara

Peluang Suatu Kejadian

Kompetensi Dasar

3.26 Menentukan peluang kejadian

4.26 Menyajikan penyelesaian masalah yang berkaitan dengan peluang kejadian

A. TEORI PELUANG.

Sebelum mempelajari serta mengenal, memahami dan menyelesaikan beberapa permasalahan matematika yang menyangkut Teori Peluang suatu kejadian diharapkan peserta didik secara mandiri dan atau kelompok diskusi menggali informasi dan pengalaman belajar terdahulu dari beberapa sumber referensi maupun media interaktif.

A.1. TEORI PELUANG.

Pengantar materi:

Bila terjadi suatu kejadian tentunya dapat dimungkinkan ada kejadian lain yang memiliki keterkaitan dengan kejadian sebelumnya, misalnya: Kejadian lulus pasti ada kejadian lain yaitu tidak lulus. Hal ini akan selalu ada dalam suatu sistem kehidupan. Untuk itu agar pemahaman terhadap Peluang suatu kejadian menjadi lebih mantap, perlu dipahami beberapa hal sebagai berikut:

a. Ruang Sampel.

Dalam suatu kejadian atau perlakuan / percobaan dimungkinkan muncul atau terjadi banyak kejadian (n) yang mungkin terjadi.

Himpunan yang anggotanya merupakan hasil/kejadian yang mungkin dari suatu percobaan/perlakuan dikenal dengan **Ruang Sampel (S)**.

Misalnya : Dalam suatu kegiatan melempar sebuah dadu sebanyak satu kali.

Maka mata dadu yang mungkin muncul/keluar adalah: mata 1, 2, 3, 4, 5, & 6

Jadi banyaknya anggota ruang sampel, $n(S) = 6$ dan $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Pada contoh lain, misalnya

Pada pelemparan 2 buah mata uang logam sebanyak satu kali.

{A: Angka, G: Gambar}. Maka pasangan mata uang logam yang mungkin muncul adalah:

Uang logam 1 & Uang logam 2	A	G
A	(A , A)	(A , G)
G	(G , A)	(G , G)

$$n(S) = 4 \text{ dan } S = \{(A, A), (A, G), (G, A), (G, G)\}.$$

Maka ditemukan jumlah ruang sampel berjumlah 4

b. Kejadian.

Suatu peristiwa yang merupakan himpunan bagian dari himpunan Ruang Sampel (atau peristiwa yang dikehendaki terjadi dari beberapa peristiwa lainnya).

Contoh 1 :

Dalam pelemparan sebuah dadu sebanyak satu kali, maka:

A adalah Kejadian muncul mata dadu 4, sehingga:

$$A = \{ 4 \} \quad \rightarrow \quad n(A) = 1$$

B adalah Kejadian muncul mata dadu bilangan Prima, sehingga:

$$B = \{ 2, 3, 5 \} \rightarrow n(B) = 3$$

c. Peluang suatu kejadian.

Peluang suatu kejadian dapat diartikan Nilai yang menyatakan tafsiran kemungkinan kejadian itu dapat terjadi.

Peluang suatu kejadian A didefinisikan :

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

Di mana: $P(A)$ = Peluang terjadinya kejadian A.

$n(A)$ = Banyaknya kejadian A terjadi.

$n(S)$ = Banyaknya anggota ruang sampel.

Perlu diperhatikan bahwa rentang atau kisaran nilai peluang $P(A)$ terletak pada interval : $0 \leq P(A) \leq 1$, Dengan ketentuan bahwa:

1. Jika $P(A) = 0$, maka kejadian A tidak mungkin terjadi (Mustahil).

2. Jika $P(A) = 1$, maka kejadian A merupakan kejadian Pasti terjadi.

Diskusikan masalah berikut ini dengan kelompok belajar anda!

Contoh 2 :

Pada peristiwa pelemparan sebuah dadu sebanyak 1 kali. Tentukan

Peluang muncul :

- a. Mata dadu bilangan ganjil.
- b. Mata dadu yang nilainya kurang dari 5.

Penyelesaian:

Dadu dilempar 1kali, maka $n(S) = 6$ dan :

- a. $A =$ Kejadian muncul mata dadu bilangan ganjil $\rightarrow A = \{1, 3, 5\}$

sehingga $n(A) = 3$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

- b. $B =$ Kejadian muncul mata dadu kurang dari 5 $\rightarrow B = \{1, 2, 3, 4\}$

sehingga $n(B) = 4$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Contoh 3 :

Sebuah kantong berisi 15 kelereng hitam, 12 kelereng putih dan 25 kelereng biru. Bila sebuah kelereng diambil secara acak, maka peluang terambilnya kelereng putih adalah ...

Penyelesaian :

Jumlah kelereng putih 12

Jumlah kelereng seluruhnya 52

Maka peluang terambilnya kelereng putih $= 12/52 = 3/13$

Contoh 4 :

Dari seperangkat kartu Bridge (Remi) akan diambil sebuah kartu secara acak. Tentukan Peluang terambil kartu:

- a. As
- b. Hati

Penyelesaian:

Kartu bridge pada hakekatnya terdiri dari 4 jenis kartu, yaitu: Hati, Wajik, Kriting, dan Gunung, Masing-masing seri terdiri dari 1 As, 1 King, 1 Queen, 1 jack dan 9 kartu biasa sehingga jumlah setiap seri 13 kartu.

Jadi dalam satu set kartu Bridge terdapat 4×13 kartu = 52 $\rightarrow n(S) = 52$

$$a. n(As) = 4 \rightarrow P(As) = \frac{n(As)}{n(S)} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

$$b. n(Hati) = 13 \rightarrow P(Hati) = \frac{n(Hati)}{n(S)} = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$$

Contoh 5 :

Dalam sebuah kardus terdapat 10 bola berwarna merah, 7 bola berwarna kuning dan 3 bola berwarna hitam. Sebuah bola diambil secara acak, ternyata berwarna merah dan tidak dikembalikan. Jika kemudian diambil satu lagi, maka nilai kemungkinan bola tersebut berwarna merah adalah

Penyelesaian :

Jumlah bola merah 10

Jumlah seluruhnya 20

Peluang terambilnya bola merah untuk kedua kalinya :

Banyak bola merah $10 - 1 = 9$

Maka Peluangnya = $9/19$.

Apabila dalam suatu peristiwa A terdapat n objek pertama dan m objek ke-dua, kemudian diambil k objek secara acak, maka Peluang terambilnya n_1 objek pertama dan m_1 objek ke-dua didefinisikan dalam :

$$P(A) = \frac{{}^nC_{n_1} \cdot {}^mC_{m_1}}{({}^{n+m})C_k}, \quad k = n_1 + m_1$$

Contoh 6 :

Dalam sebuah kotak terdapat 5 kelereng merah dan 3 kelereng putih. Jika diambil 3 kelereng sekaligus, maka Peluang terambil 2 kelereng merah , 1 kelereng putih adalah....

Penyelesaian:

Misal : $n = 5$, $m = 3$ dan $n_1 = 2$, $m_1 = 1$

$$\text{Maka } P(2,1) = \frac{{}^5C_2 \cdot {}^3C_1}{{}^8C_3} = \frac{\frac{5!}{2! \cdot 3!} \cdot \frac{3!}{1! \cdot 2!}}{\frac{8!}{3! \cdot 5!}} = \frac{\frac{5 \times 4 \times \cancel{3!} \cdot 3 \times \cancel{2!}}{\cancel{3!} \cdot 2 \times 1 \cdot \cancel{2!} \cdot 1!}}{\frac{8 \times 7 \times \cancel{6 \times 5!}}{\cancel{5!} \cdot \cancel{3 \times 2 \times 1}}} = \frac{\frac{5 \times 4 \times 3}{2 \times 1 \times 1}}{8 \times 7} = \frac{30}{56}$$

$$\text{Maka } P(2,1) = \frac{15}{28}$$

d. Peluang komplemen suatu kejadian.

Peluang komplemen suatu kejadian merupakan peluang dari suatu kejadian yang menjadi lawan atau kebalikan dari suatu kejadian yang ada.

Missal: A = muncul mata dadu bilangan genap, maka:

A^c (A komplemen) adalah kejadian bukan A

Dengan mendasarkan diri pada kisaran nilai peluang maka dapat ditarik hubungan, sebagai berikut: $P(A^c) = 1 - P(A)$

Contoh 7 :

Dua mata uang logam dilempar satu kali, Peluang muncul :

- a. minimal satu gambar b. tidak ada gambar yang muncul.

Penyelesaian:

Tabel berikut ini adalah ruang sampel pada percobaan di atas.

Uang logam 1 & Uang logam 2	A	G
A	(A , A)	(A , G)
G	(G , A)	(G , G)

Dari 2 mata uang logam dilempar satu kali: $n(S) = 4$

- a. A = Kejadian minimal muncul satu gambar $\rightarrow n(A) = 3$ sehingga $P(A) = \frac{3}{4}$
- b. Tidak ada gambar yang muncul berarti Bukan $A = A^c$

$$P(A^c) = 1 - P(A) = 1 - \frac{3}{4} = \frac{4}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

e. Frekuensi Harapan suatu kejadian.

Dalam suatu percobaan atau perlakuan yang sama dilakukan berkali-kali (n kali), maka frekuensi harapan untuk terjadinya suatu kejadian A , didefinisikan sebagai Nilai peluang kejadian A dikalikan n kali percobaannya, atau:

$$F_h(A) = P(A) \cdot n$$

Contoh 8 :

Sebuah dadu dan sekeping mata uang dilemparkan secara bersama sebanyak 200 kali, maka frekuensi memperoleh gambar pada mata uang dan bilangan ganjil pada dadu adalah....

Penyelesaian:

Tabel berikut ini adalah ruang sampel percobaan di atas .

Dadu Uang	1	2	3	4	5	6
A	(A , 1)	(A , 2)	(A , 3)	(A , 4)	(A , 5)	(A , 6)
G	(G , 1)	(G , 2)	(G , 3)	(G , 4)	(G , 5)	(G , 6)

Dari tabel terlihat bahwa :

$$E = \{(G , 1) , (G , 3) , (G , 5) \} , n(E) = 3$$

$$n(S) = 12 , n = 200 \text{ dan } P(E) = \frac{3}{12} \text{ maka } Fh(4) = \frac{1}{4} \times 200 = 50$$

Latihan terbimbing 1 :

1. Dari 900 kali percobaan lempar undi dua buah dadu bersama-sama, frekuensi harapan muncul mata dadu berjumlah 5 adalah ...

Penyelesaian:

Tabel berikut ini adalah ruang sampel percobaan di atas .

Dadu I Dadu II	1	2	3	4	5	6
1	(1 , 1)	(1 , 2)	(1 , 3)	(1 , 4)	(1 , 5)	(1 , 6)
2	(2 , 1)	(2 , 2)	(2 , 3)	(2 , 4)	(2 , 5)	(2 , 6)
3	(3 , 1)	(3 , 2)	(3 , 3)	(3 , 4)	(3 , 5)	(3 , 6)
4	(4 , 1)	(4 , 2)	(4 , 3)	(4 , 4)	(4 , 5)	(4 , 6)
5	(5 , 1)	(5 , 2)	(5 , 3)	(5 , 4)	(5 , 5)	(5 , 6)
6	(6 , 1)	(6 , 2)	(6 , 3)	(6 , 4)	(6 , 5)	(6 , 6)

Dari tabel terlihat bahwa :

$$E = \{(1 , 4) , \dots\dots\dots , (3 , 2) , \dots\dots\dots \} , n(E) = \dots\dots$$

$$n(S) = \dots\dots\dots , n = 900 \text{ dan } P(E) = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} \text{ maka } Fh = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} \times \dots\dots\dots = 100$$

2. Tiga keping mata uang logam yang sama dilempar bersama-sama sebanyak 40 kali. Frekuensi harapan agar munculnya 2 gambar dan satu angka adalah ...

Penyelesaian :

Tabel berikut ini adalah ruang sampel percobaan di atas .

Uang I & II Uang III	(A , A)	(A , G)	(G , A)	(G , G)
A	(A , A , A)	(A , A , G)	(A , G , A)	
G	(G , A , A)		(G , G , A)	

Dari tabel terlihat bahwa :

$$E = \{((A, G, G), \dots, \dots)\}, n(E) = \dots$$

$$n(S) = 8, n = 40 \text{ dan } P(E) = \frac{\dots}{\dots} \text{ maka } Fh = \frac{\dots}{\dots} \times \dots = 5$$

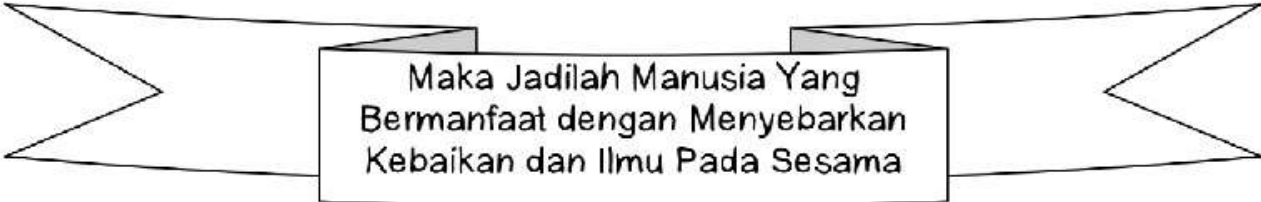
LATIHAN KD 3.26

Pilihan Ganda :

- Sebuah dadu dan sekeping mata uang dilempar undi satu kali bersama. Peluang muncul gambar pada mata uang dan muncul bilangan genap pada dadu adalah....
A. 1 B. 1/2 C. 1/4 D. 2/12 E. 1/12
- Dalam sebuah kotak terdapat 6 kelereng merah dan 4 kelereng putih. Dari dalam kotak tersebut, diambil dua kelereng sekaligus secara acak. Peluang terambil dua kelereng merah adalah....
A. 1/30 B. 1/5 C. 6/25 D. 9/25 E. 1/3
- Dua buah dadu diundi satu kali. Peluang muncul kedua mata dadu berjumlah prima adalah....
A. 7/36 B. 10/36 C. 13/36 D. 15/36 E. 18/36
- Dalam sebuah kotak berisi 8 kelereng merah dan 4 kelereng putih. Dari kotak tersebut akan diambil enam kelereng sekaligus secara acak. Peluang terambilnya 4 kelereng merah dan 2 kelereng putih adalah....
A. 2/11 C. 5/11 E. 9/11
B. 5/33 D. 7/33

5. Dari seperangkat kartu Bridge diambil sebuah kartu secara acak. Berapakah frekuensi harapan terambil kartu bernomor 9 yang berwarna merah, jika pengambilan tersebut dilakukan sebanyak 130 kali?
A. 5 kali C. 13 kali E. 52 kali
B. 10 kali D. 26 kali
6. Jumlah penduduk pada suatu kecamatan adalah 250.000 jiwa. Jika peluang setiap penduduk terserang diare 0,004, maka banyaknya penduduk yang tidak terserang diare diperkirakan sebanyak adalah....
A. 625 jiwa D. 187.500 jiwa
B. 1000 jiwa E. 249.000 jiwa
C. 62.500 jiwa
7. Tiga keping uang logam dilempar undi secara bersamaan sebanyak 320 kali. Frekuensi harapan munculnya ketiga-tiganya gambar adalah....
A. 40 kali B. 80 kali C. 90 kali D. 120 kali E. 180 kali
8. Dua buah dadu dilempar undi sebanyak 72 kali, maka frekuensi harapan muncul mata dadu dengan jumlah 8 adalah....
A. 8 kali B. 9 kali C. 10 kali D. 12 kali E. 24 kali
9. Sebuah dadu dan sebuah mata uang dilambungkan bersamaan. Peluang munculnya angka pada mata uang dan bilangan prima pada dadu adalah
A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$ E. $\frac{3}{4}$
10. Dua dadu dilambungkan bersamaan sebanyak 360 kali. Frekuensi harapan muncul mata dadu berjumlah 8 adalah
A. 50 B. 60 C. 70 D. 80 E. 90
11. Toni mempunyai 8 bola putih dan Hendra 6 bola biru yang dimasukkan ke dalam sebuah kotak. Jika diambil 2 bola sekaligus secara acak, maka peluang terambil 2 bola milik Toni adalah....
A. $\frac{56}{91}$ B. $\frac{28}{91}$ C. $\frac{24}{91}$ D. $\frac{14}{91}$ E. $\frac{4}{91}$
12. Dalam suatu kotak terdapat 4 lampu led berwarna merah dan 3 lampu led berwarna putih. Jika diambil 3 lampu led sekaligus secara acak, maka frekuensi harapan mendapatkan 2 lampu led berwarna merah dan 1 lampu led berwarna putih dari 140 kali percobaan adalah
A. 48 B. 72 C. 128 D. 130 E. 14
13. Dalam suatu percobaan, seorang anak melempar undi 4 uang logam sekaligus sebanyak 32 kali. Frekuensi harapan muncul 2 gambar dan 2 angka adalah....
A. 2 B. 4 C. 8 D. 12 E. 16

14. Dua dadu dilempar undi secara bersamaan satu kali. Peluang kejadian muncul jumlah kedua mata dadu lebih dari 6 adalah....
A. $5/12$ B. $6/12$ C. $7/12$ D. $8/12$ E. $9/12$
15. Dalam satu keranjang terdapat 4 bola merah, 6 bola hijau dan 7 bola putih. Diambil 3 bola satu persatu tanpa pengembalian. Peluang bola yang terambil terdiri atas 1 merah, 1 hijau dan 1 putih adalah
A. $3/170$ C. $9/170$ E. $19/170$
B. $7/170$ D. $13/170$
16. Pada suatu kelompok terdapat 20 pasangan suami istri, masing-masing pasangan memiliki 2 orang anak. Frekuensi harapan dari kelompok pasangan suami istri tersebut memiliki anak pertama laki-laki adalah
A. 5 C. 12 E. 16
B. 10 D. 15



Maka Jadilah Manusia Yang
Bermanfaat dengan Menyebarkan
Kebaikan dan Ilmu Pada Sesama

Transformasi Geometri

Kompetensi Dasar

3.24 Menentukan masalah kontekstual yang berkaitan dengan transformasi geometri

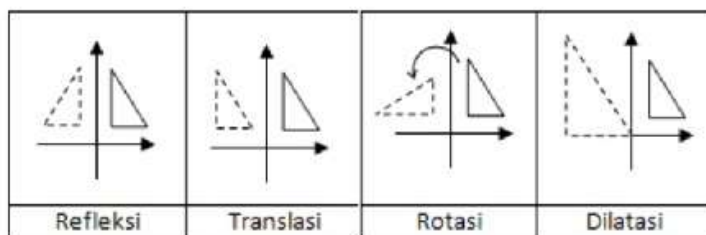
4.24 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan transformasi geometri

Transformasi

Transformasi merupakan suatu pemetaan titik pada suatu bidang ke himpunan titik pada bidang yang sama. Jenis-jenis dari transformasi yang dapat dilakukan antara lain :

1. Refleksi(Pencerminan)
2. Translasi (Pergeseran)
3. Rotasi(Perputaran)
4. Dilatasi(Penskalaan)

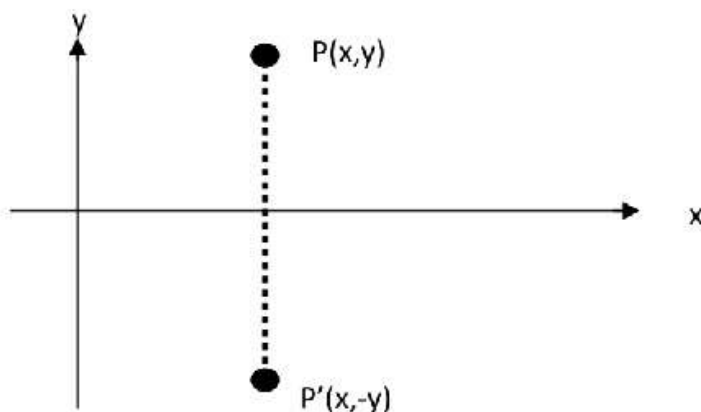
Berikut ini ilustrasinya :



1. REFLEKSI

Refleksi adalah pencerminan.

a. Refleksi terhadap sumbu x



Berdasarkan gambar tersebut, jika bayangan titik $P(x,y)$ adalah $P'(x',y')$ maka

$P'(x', y') = P'(x, -y)$ sehingga dalam bentuk matriks dapat ditulis sebagai berikut :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} x' &= x \\ y' &= -y \end{aligned}$$

Jadi $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ adalah matriks pencerminan terhadap sumbu x.

Contoh 1 :

1. Diketahui segitiga ABC dengan koordinat titik A (2,0), B (0,-5) dan C (-3,1). Tentukan koordinat bayangan segitiga ABC tersebut jika dicerminkan terhadap sumbu x

Penyelesaian :

Pencerminan terhadap sumbu x

$$\begin{array}{ll} P(x,y) \longrightarrow P'(x, -y) & B(0,-5) \longrightarrow B' (0,5) \\ A(2,0) \longrightarrow A'(2,0) & C(-3,1) \longrightarrow C' (-3,-1) \end{array}$$

2. Bayangan garis $3x - 2y + 5 = 0$ oleh refleksi terhadap sumbu x adalah

Penyelesaian :

Oleh pencerminan terhadap sumbu X

$$\text{maka: } x' = x \longrightarrow x = x'$$

$$y' = -y \longrightarrow y = -y'$$

disubstitusi ke kurva $3x - 2y + 5 = 0$

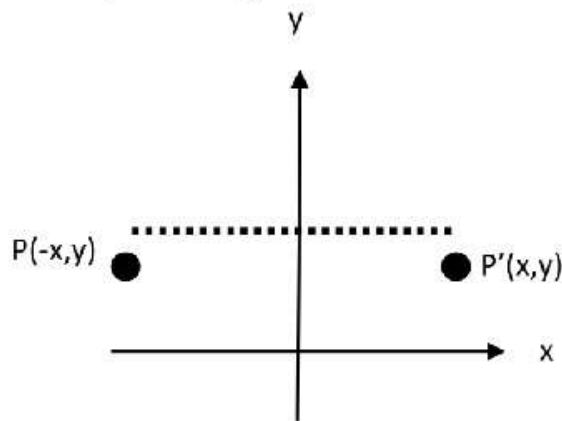
diperoleh: $3x' - 2(-y') + 5 = 0$

$$3x' + 2y' + 5 = 0$$

Jadi bayangannya

adalah $3x + 2y + 5 = 0$

b. Refleksi terhadap sumbu y



Berdasarkan gambar tersebut, jika bayangan titik $P(x,y)$ adalah $P'(x',y')$ maka

$P'(x',y') = P'(-x,y)$, sehingga dalam bentuk matriks dapat ditulis sebagai berikut :

$$x' = -x$$

$$y' = y$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{ jadi } \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

adalah matriks pencerminan terhadap sumbu y.

Contoh 2 :

1. Tentukan bayangan kurva $y = x^2 - x$ oleh pencerminan terhadap sumbu Y.

Penyelesaian:

oleh pencerminan terhadap sumbu Y

$$\text{maka: } x' = -x \rightarrow x = -x'$$

$$y' = y \rightarrow y = y'$$

$x = -x'$ dan $y = y'$ disubstitusi ke $y = x^2 - x$

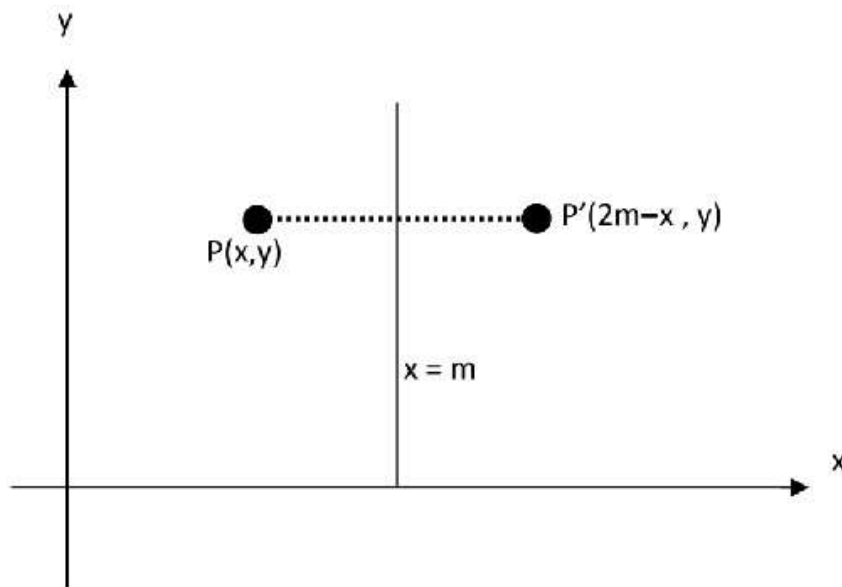
$$\text{diperoleh: } y' = (-x')^2 - (-x')$$

$$y' = (x')^2 + x'$$

Jadi bayangannya

$$\text{adalah } y = x^2 + x$$

c. Refleksi terhadap garis $x = m$



Berdasarkan gambar di atas, jika bayangan titik $P(x,y)$ adalah $P'(x',y')$ maka

$$P'(x',y') = P(2m - x, y)$$

Contoh 3 :

1. Tentukan bayangan kurva $y^2 = x - 5$ oleh pencerminan terhadap garis $x = 3$.

Penyelesaian:

Oleh pencerminan terhadap garis $x = 3$ maka:

$$x' = 2m - x \rightarrow x = 2 \cdot 3 - x' = 6 - x'$$

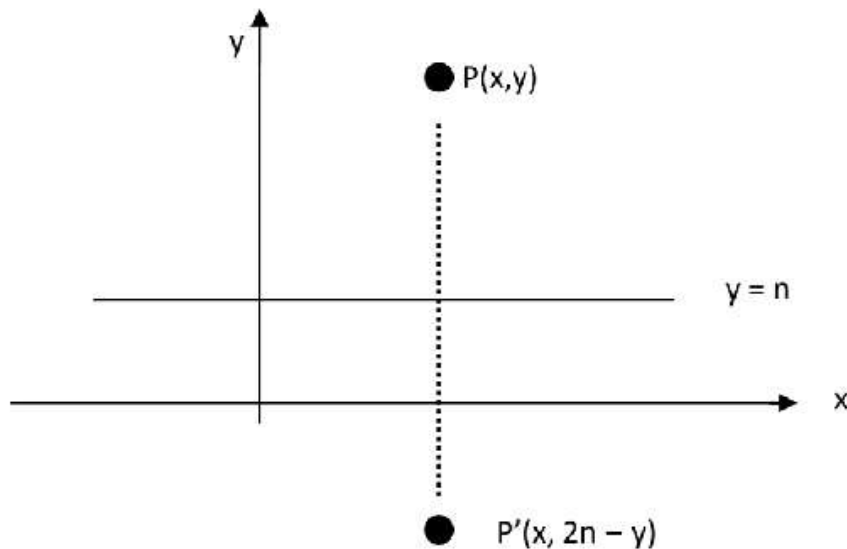
$$y' = y \rightarrow y = y'$$

$x = 6 - x'$ dan $y = y'$ disubstitusi ke $y^2 = x - 5$

diperoleh: $(y')^2 = (6 - x') - 5$

$$(y')^2 = 1 - x' \quad \text{Jadi bayangannya adalah } y^2 = 1 - x$$

d. Refleksi terhadap garis $y = n$



Berdasarkan gambar di atas, jika bayangan titik $P(x, y)$ adalah $P'(x', y')$ maka

$$P'(x', y') = P(x, 2n - y)$$

Contoh 4 :

1. Tentukan bayangan kurva $x^2 + y^2 = 4$ oleh pencerminan terhadap garis $y = -3$.

Penyelesaian :

oleh pencerminan terhadap garis $y = -3$ maka:

$$x' = x$$

$$y' = 2n - y$$

pencerminan terhadap garis $y = -3$

$$\text{maka: } x' = x \rightarrow x = x'$$

$$y' = 2n - y$$

$$y' = 2(-3) - y$$

$$y' = -6 - y \rightarrow y = -y' - 6$$

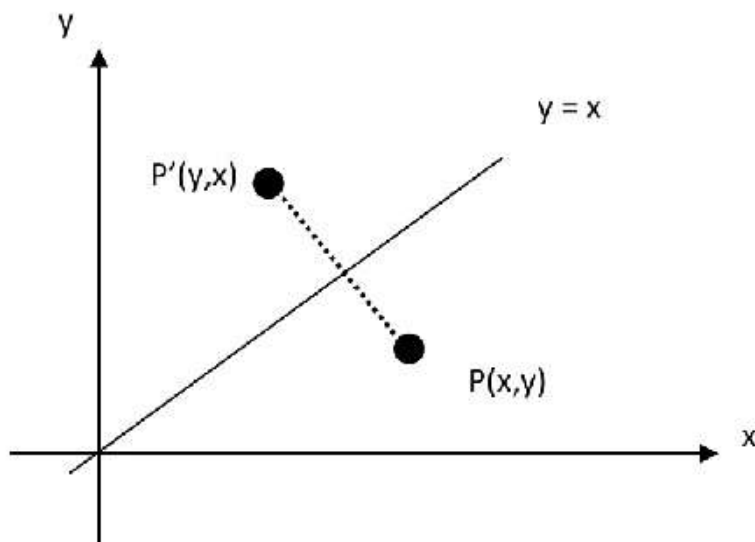
disubstitusi ke $x^2 + y^2 = 4$

$$(x')^2 + (-y' - 6)^2 = 4$$

$$(x')^2 + ((-y')^2 + 12y' + 36) - 4 = 0$$

$$\text{Jadi bayangannya: } x^2 + y^2 + 12y + 32 = 0$$

e. Refleksi terhadap garis $y = x$



Berdasarkan gambar di atas, jika bayangan $P(x, y)$ adalah $P'(x', y')$ maka $P'(x', y') = P'(y, x)$, sehingga dalam bentuk matriks dapat ditulis sebagai berikut :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad \boxed{\begin{array}{l} x' = y \\ y' = x \end{array}}$$

jadi $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ adalah matriks pencerminan terhadap garis $y = x$.

Contoh 5 :

1. Bayangan garis $2x - y + 5 = 0$ yang dicerminkan terhadap garis $y = x$ adalah....

Pembahasan :

Matriks transformasi refleksi terhadap $y = x$ adalah $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

Sehingga $x' = y$ dan $y' = x$

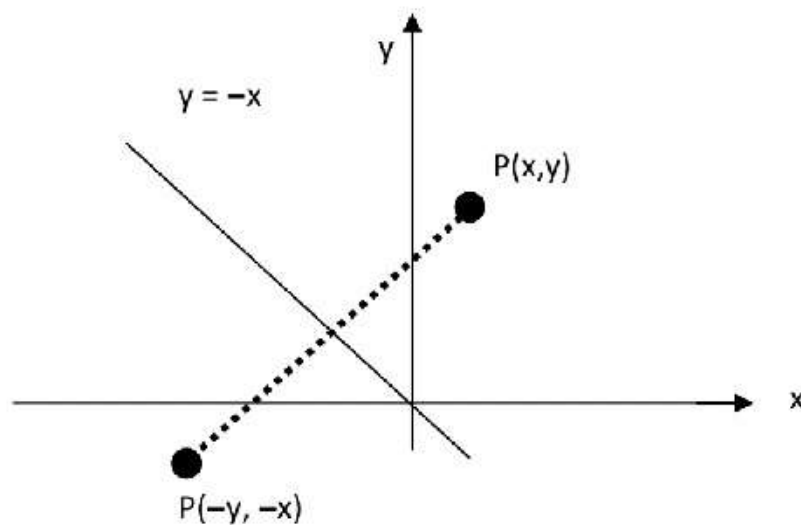
disubstitusi ke $2x - y + 5 = 0$ diperoleh: $2y' - x' + 5 = 0$

$$-x' + 2y' + 5 = 0 \implies -x' + 2y' + 5 = 0$$

dikali $(-1) \rightarrow x' - 2y' - 5 = 0$

Jadi bayangannya adalah : $x - 2y + 5 = 0$

f. Refleksi terhadap garis $y = -x$



Berdasarkan gambar di atas, jika bayangan $P(x,y)$ adalah $P'(x',y')$ maka

$P'(x',y') = P'(-y, -x)$, sehingga dalam bentuk matriks dapat ditulis sebagai berikut :

$$\begin{cases} x' = -y \\ y' = -x \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Jadi $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ adalah matriks pencerminan terhadap garis $y = -x$.

Contoh 6 :

1. Titik $P(-3, 7)$ dicerminkan terhadap garis $y = -x$. Koordinat bayangan titik P adalah....

Penyelesaian :

$$x' = -y = -7$$

$$y' = -x = -(-3) = 3$$

Sehingga bayangan titik $P(-3, 7)$ oleh pencerminan terhadap garis $y = -x$ adalah $P'(-7, 3)$

2. Bayangan persamaan lingkaran $x^2 + y^2 - 8y + 7 = 0$ yang dicerminkan terhadap garis $y = -x$ adalah....

Penyelesaian :

$$x' = -y \text{ dan } y' = -x \text{ atau } y = -x' \text{ dan } x = -y'$$

Kemudian disubstitusikan ke

$$x^2 + y^2 - 8y + 7 = 0$$

$$(-y')^2 + (-x')^2 - 8(-x') + 7 = 0 \implies (y')^2 + (x')^2 + 8x' + 7 = 0$$

$$(x')^2 + (y')^2 + 8x' + 7 = 0$$

$$\text{Jadi bayangannya adalah } x^2 + y^2 + 8x + 7 = 0$$

Latihan terbimbing 1 :

1. Jika titik $A(15,8)$ dicerminkan terhadap garis $x = 7$, maka bayangan titik A adalah titik A' dengan koordinat....

Penyelesaian:

$$A(15,8) \xrightarrow{\text{direfleksikan terhadap garis } x = 7} A'(x', y')$$

$$A'(x', y') = A'(2m - x, y) \implies m = \dots$$

$$x' = 2m - x \implies x' = 2 \dots - x$$

$$y' = y \implies y' = \dots$$

$$A(15,8) \xrightarrow{\text{direfleksikan terhadap garis } x = 7} A'(-1, \dots)$$

Jadi bayangan titik $A(15,8)$ dicerminkan terhadap garis $x = 7$ adalah $A'(\dots, \dots)$

2. Titik $A(x, y)$ dicerminkan terhadap garis $x = 2$ menghasilkan bayangan titik $A'(0,2)$, maka nilai (a, b) adalah....

Penyelesaian:

$$\text{Misal } A(x, y) \xrightarrow{\text{direfleksikan terhadap } x = 2} A'(x', y')$$

$$\text{diket: } A(x, y) \xrightarrow{\text{direfleksikan terhadap } x = 2} A'(0, 2)$$

maka:

$$A'(x', y') = A'(2m - x, y) \implies m = \dots, x' = \dots, \text{ dan } y' = \dots$$

$$x' = 2m - x \implies x = 2 \cdot 2 - \dots$$

$$y' = y \implies y = \dots$$

Sehingga didapat bahwa nilai (a, b) adalah $(\dots, 2)$

3. Tentukan bayangan titik $P(-4, 5)$ oleh refleksi terhadap garis $y = -x$ dilanjutkan dengan refleksi terhadap garis $x = 2$!

Penyelesaian:

$P(-4, 5)$ $\xrightarrow{\text{refleksi terhadap garis } y = -x}$ $P'(a', b')$

$$\begin{pmatrix} a' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ \dots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 \\ \dots \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} -5 \\ \dots \end{pmatrix}$$

$P(-4, 5)$ $\xrightarrow{\text{refleksi terhadap garis } y = -x}$ $P'(-5, \dots)$ kemudian refleksi terhadap garis $x = 2$

$P'(-5, 4)$ $\xrightarrow{\text{refleksi terhadap garis } x = 2}$ $P''(a'', b'')$

$$\begin{pmatrix} a'' \\ b'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -5 \\ \dots \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2(2) \\ \dots \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} \dots \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} \dots \\ 4 \end{pmatrix}$$

$P'(-5, 4)$ $\xrightarrow{\text{refleksi terhadap garis } x = 2}$ $P''(\dots, 4)$

Jadi bayangan titik $P(-4, 5)$ oleh refleksi terhadap garis $y = -x$ dilanjutkan dengan refleksi terhadap garis $x = 2$ adalah $P''(\dots, 4)$

2. TRANSLASI

Translasi adalah pergeseran.

Jika translasi $T = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ memetakan titik $P(x, y)$ ke $P'(x', y')$ maka :

$$x' = x + a \text{ dan } y' = y + b$$

ditulis dalam bentuk matrik:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

Contoh 7 :

1. Diketahui segitiga OAB dengan koordinat titik O (0,0), A (3,0) dan B (3,5). Tentukan koordinat bayangan segitiga OAB tersebut bila ditranslasi oleh $T = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

Penyelesaian :

$$\text{titik O (0,0)} \xrightarrow{T \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}} O'(0+1, 0+3) = O'(1,3)$$

$$\text{titik A (3,0)} \xrightarrow{T \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}} A'(3+1, 0+3) = A'(4,3)$$

$$\text{titik B (3,5)} \xrightarrow{T \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}} B'(3+1, 5+3) = B'(4,8)$$

2. Bayangan persamaan lingkaran $x^2 + y^2 = 25$ oleh translasi $T = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ adalah....

Penyelesaian :

Karena translasi $T = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ maka

$$x' = x - 1 \rightarrow x = x' + 1 \dots\dots\dots(1)$$

$$y' = y + 3 \rightarrow y = y' - 3 \dots\dots\dots(2)$$

(1) dan (2) di substitusi ke $x^2 + y^2 = 25$

diperoleh $(x' + 1)^2 + (y' - 3)^2 = 25$ Jadi bayangannya adalah:

$$(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 25$$

Latihan terbimbing 2 :

1. Tentukan bayangan P (2,3) oleh translasi $T = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$!

Penyelesaian :

$$P(2,3) \xrightarrow{T = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}} P(x', y')$$

$$x' = x + a = \dots + \dots = 6$$

$$y' = y + b = 3 + \dots = \dots$$

Jadi, bayangan P (2,3) oleh translasi $T = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ adalah P' (6 , ...).

2. Disediakan suatu persamaan garis lurus $y = 3x + 5$. Tentukan persamaan garis lurus yang dihasilkan oleh translasi $T = (2, 1)$.

Penyelesaian :

Posisi titik (x, y) oleh translasi $T = (2, 1)$ adalah:

$$x' = x + 2 \rightarrow x = x' - \dots$$

$$y' = y + \dots \rightarrow y = y' - 1$$

Masukkan nilai x dan y yang baru ke persamaan asal

$$y = 3x + 5$$

$$(y' - \dots) = 3(x' - 2) + \dots$$

$$(y' - 1) = 3(x' - 2) + 5$$

$$y' - 1 = 3x' - 6 + \dots$$

$$y' = 3x' - 6 + 5 + \dots$$

$$y' = 3x'$$

$$y = 3x$$

Jadi, persamaan garis lurus yang dihasilkan adalah $y = 3x$.

3. ROTASI

Rotasi adalah perputaran. Rotasi ditentukan oleh pusat rotasi dan besar sudut rotasi. Rotasi Pusat $O(0,0)$

Titik $P(x,y)$ dirotasi sebesar α berlawanan arah jarum jam dengan pusat $O(0,0)$ dan diperoleh bayangan $P'(x', y')$

maka: $x' = x \cos \alpha - y \sin \alpha$

$$y' = x \sin \alpha + y \cos \alpha$$

Jika sudut putar $\alpha = 90^\circ$ (rotasinya dilambangkan dengan $R\ 90^\circ$) maka :

$$x' = -y \text{ dan } y' = x$$

dalam bentuk matriks:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\text{Jadi } R\ 90^\circ = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$



Jika sudut putar $\alpha = 180^\circ$ (rotasinya dilambangkan dengan H)

$$\text{maka } x' = -x \text{ dan } y' = -y$$

dalam bentuk matriks:

$$\text{Jadi } H = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Rumus umum rotasi :

Jika rotasi sejauh θ dengan pusat (a, b)

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - a \\ y - b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$

Contoh 8 :

1. Persamaan bayangan garis $x + y = 6$ setelah dirotasikan pada pangkal koordinat dengan sudut putaran $+90^\circ$, adalah....

Penyelesaian :

$$R+90^\circ \text{ berarti: } x' = -y \rightarrow y = -x'$$

$$y' = x \rightarrow x = y'$$

$$\text{disubstitusi ke: } x + y = 6 \quad \Longleftrightarrow \quad y' + (-x') = 6$$

$$y' - x' = 6 \rightarrow x' - y' = -6$$

Jadi bayangannya: $x - y = -6$

2. Persamaan bayangan garis $2x - y + 6 = 0$ setelah dirotasikan pada pangkal koordinat dengan sudut putaran -90° , adalah

Penyelesaian :

R- 90° berarti:

$$x' = x \cos(-90) - y \sin(-90)$$

$$y' = x \sin(-90) + y \cos(-90)$$

$$x' = 0 - y(-1) = y$$

$$y' = x(-1) + 0 = -x' \quad \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

atau dengan matriks:

$$R-90^\circ \text{ berarti: } x' = y \rightarrow y = x'$$

$$y' = -x \rightarrow x = -y'$$

$$\text{disubstitusi ke: } 2x - y + 6 = 0$$

$$2(-y') - x' + 6 = 0$$

$$-2y' - x' + 6 = 0$$

$$x' + 2y' - 6 = 0 \quad \text{Jadi bayangannya: } x + 2y - 6 = 0$$

3. Persamaan bayangan parabola $y = 3x^2 - 6x + 1$ setelah dirotasikan pada pangkal koordinat dengan sudut putaran $+180^\circ$, adalah

Penyelesaian :

$$H \text{ berarti: } x' = -x \rightarrow x = -x'$$

$$y' = -y \rightarrow y = -y'$$

$$\text{disubstitusi ke: } y = 3x^2 - 6x + 1$$

$$-y' = 3(-x')^2 - 6(-x') + 1$$

$$-y' = 3(x')^2 + 6x' + 1 \quad (\text{dikali } -1)$$

$$\text{Jadi bayangan nya: } y = -3x^2 - 6x - 1$$

4. Jika garis $2x - 3y + 5 = 0$ diputar sejauh 270° terhadap $(3, -2)$ berlawanan arah jarum jam, maka persamaan bayangannya adalah....

Penyelesaian :

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 270 & -\sin 270 \\ \sin 270 & \cos 270 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x-3 \\ y-(-2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x-3 \\ y+2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} \implies \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y+2 \\ x+3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y+5 \\ x+1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y+5 \\ x+1 \end{bmatrix} \text{ maka } y = x' - 5 \text{ dan } x = y' - 1$$

$$\text{sehingga : } 2(y' - 1) - 3(x' - 5) + 5 = 0$$

$$2y' - 2 - 3x' + 15 + 5 = 0 \implies -3x' + 2y' - 2 + 15 + 5 = 0$$

$$-3x' + 2y' + 18 = 0 \implies 3x - 2y - 18 = 0$$

Latihan terbimbing 3 :

Tentukan bayangan garis $y = 5x + 4$ oleh rotasi $R(0, -90)$!

Pembahasan :

$R-90^\circ$ berarti:

$$x' = y \rightarrow y = x'$$

$$y' = -x \rightarrow x = -y'$$

$$x' = \dots(-y') + 4$$

$$x' + 5y' - \dots = 0$$

$$\text{Jadi bayangan } x + 5y - \dots = 0$$

4. DILATASI

Adalah suatu transformasi yang mengubah ukuran (memperbesar atau memperkecil) suatu bangun tetapi tidak mengubah bentuk bangunnya.

Dilatasi Pusat $O(0,0)$ dan faktor skala k

Jika titik $P(x,y)$ didilatasi terhadap pusat $O(0,0)$ dan faktor skala k didapat bayangan $P'(x',y')$ maka

$$x' = kx \text{ dan } y' = ky$$

dan dilambangkan dengan $[O,k]$.

Contoh 9 :

Garis $2x - 3y = 6$ memotong sumbu X di A dan memotong sumbu y di B .

Karena dilatasi $[O, -2]$, titik A menjadi A' dan titik B menjadi B' .

Hitunglah luas segitiga $O A' B'$

Penyelesaian :

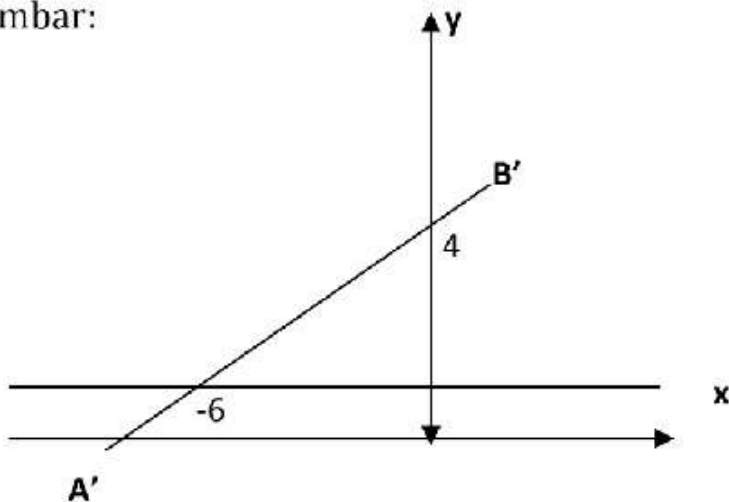
garis $2x - 3y = 6$ memotong sumbu X di $A(3,0)$ memotong sumbu Y di $B(0, -2)$ karena

dilatasi $[0, -2]$ maka

$A'(kx, ky) \rightarrow A'(-6, 0)$ dan

$B'(kx, ky) \rightarrow B'(0, 4)$

Titik $A'(-6, 0)$, $B'(0, 4)$ dan titik $O(0, 0)$ membentuk segitiga seperti pada gambar:



Sehingga luasnya $= \frac{1}{2} \times OA' \times OB'$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 4$$

$$= 12$$

Dilatasi Pusat $P(a,b)$ dan faktor skala k

bayangannya adalah

$$x' = k(x - a) + a$$

$$y' = k(y - b) + b$$

dilambangkan dengan $[P(a,b), k]$

Contoh 10 :

Titik $A(-5,13)$ didilatasikan oleh $[P, \frac{2}{3}]$ menghasilkan A' .

Jika koordinat titik $P(1, -2)$, maka koordinat titik A' adalah....

Penyelesaian :

$$[P(a,b), k]$$

$$A(x,y) \longrightarrow A'(x', y')$$

$$x' = k(x - a) + a$$

$$y' = k(y - b) + b$$

$$[P(1, -2), \frac{2}{3}]$$

$$A(-5,13) \longrightarrow A'(x' y')$$

$$x' = \frac{2}{3}(-5 - 1) + 1 = -3$$

$$y' = \frac{2}{3}(13 - (-2)) + (-2) = 8 \quad \text{Jadi koordinat titik } A'(-3, 8)$$

Latihan terbimbing 4 :

1. Titik $A'(-16,24)$ merupakan bayangan dari titik $A(x,y)$ yang dilatasi dengan pusat $O(0,0)$ dan faktor skala -4 . Koordinat titik A adalah....

Penyelesaian:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 0 & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4x \\ -4y \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{4}x' \\ -\frac{1}{4}y' \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{4}(\dots) \\ -\frac{1}{4}(24) \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} 4 \\ \dots \end{pmatrix}$$

2. Lingkaran $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 1 = 0$. Jika ditransformasikan dengan dilatasi $[0,4]$, persamaan bayangannya adalah....

Penyelesaian:

$x^2 + y^2 - 6x + 2y + 1 = 0$ dilatasi $[0,4]$, maka:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots & 0 \\ 0 & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4x \\ \dots y \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4}x' \\ \frac{1}{4}y' \end{pmatrix}$$

Sehingga diperoleh : $x = \frac{1}{4}x'$ dan $y = \frac{1}{4}y'$. Maka bayangannya adalah:

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{4}x'\right)^2 + \left(\frac{1}{4}y'\right)^2 - 6(\dots) + 2(\dots) + 1 &= 0 \rightarrow \left(\frac{x}{4}\right)^2 + \left(\frac{y}{4}\right)^2 - \dots x + \dots y + 1 = 0 \\ \rightarrow \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{16} - \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}y + 1 &= 0 \rightarrow x^2 + y^2 - 24x + \dots y + 16 = 0 \end{aligned}$$

Jadi bayangan lingkaran $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 1 = 0$ yang dilatasi $[0,4]$ adalah $x^2 + y^2 - 24x + \dots y + 16 = 0$

LATIHAN KD 3.24

Pilihan Ganda :

1. Garis yang persamaannya $x-2y+3=0$ ditransformasikan dengan transformasi yang berkaitan dengan matriks $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$. Persamaan bayangan garis itu adalah
A. $3x+2y-3=0$ D. $-x+2y+3=0$
B. $3x-2y-3=0$ E. $x-2y+3=0$
C. $3x+2y+3=0$
2. Persamaan bayangan dari lingkaran $x^2+y^2+4x-6y-3=0$ oleh transformasi yang berkaitan dengan matriks $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ adalah
A. $x^2+y^2-6x-4y-3=0$
B. $x^2+y^2-6x+4y-3=0$
C. $x^2+y^2+6x-4y-3=0$
D. $x^2+y^2-4x+6y-3=0$
E. $x^2+y^2+4x-6y+3=0$
3. Garis dengan persamaan $y=2x+3$ dicerminkan terhadap sumbu X kemudian diputar dengan R $(0,90^\circ)$. Persamaan bayangannya adalah
A. $x-2y-3=0$ D. $2x+y-3=0$
B. $x+2y-3=0$ E. $2x+y+3=0$
C. $2x-y-3=0$
4. Garis $y=2x-4$ dicerminkan terhadap sumbu Y, kemudian diputar dengan R $[0,90^\circ]$. Persamaan bayangan garis itu adalah
A. $y=2x-4$ C. $2y=x+4$ E. $2y=4x-1$
B. $y=-2+4$ D. $2y=x-4$
5. Persamaan peta garis $y=-3x+3$ oleh refleksi terhadap sumbu X dilanjutkan refleksi terhadap garis $y=x$ adalah
A. $y=3x+3$ C. $y=\frac{1}{3}x+3$ E. $y=-\frac{1}{3}x+1$
B. $y=3x+1$ D. $y=\frac{1}{3}x+1$
6. Bayangan titik A $(4,1)$ oleh pencerminan terhadap garis $x=2$ dilanjutkan pencerminan terhadap garis $x=5$ adalah titik
A. $A''(8,5)$ B. $A''(10,1)$ C. $A''(8,1)$ D. $A''(4,5)$ E. $A''(20,2)$
7. Titik A berada pada koordinat $(4,5)$. Tentukan koordinat A', jika direfleksikan terhadap titik O $(0,0)$..
A. $(-4,5)$ B. $(-5,4)$ C. $(-4,-5)$ D. $(4,5)$ E. $(-5,-4)$

8. Tentukan hasil translasi dari titik $P(-2,3)$ terhadap $\begin{bmatrix} -4 \\ -6 \end{bmatrix}$!
 A. $(-2,3)$ B. $(-2,-3)$ C. $(-6,3)$ D. $(-6,-3)$ E. $(6,-3)$
9. Hasil translasi titik A terhadap $\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$ adalah $(2,-3)$. Tentukan koordinat titik A !
 A. $(-1,-1)$ B. $(1,1)$ C. $(-5,-5)$ D. $(5,5)$ E. $(5,-5)$
10. Sebuah titik berada pada koordinat $(3,4)$. Titik ini dicerminkan terhadap sumbu $y = x$ kemudian ditranslasikan dengan $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$. Tentukan koordinat bayangannya !
 A. $(4,3)$ B. $(3,3)$ C. $(5,2)$ D. $(2,5)$ E. $(2,-5)$
11. Jika Sebuah titik awal berada di titik koordinat $(4,8)$ setelah didilatasi maka titik tersebut berubah menjadi $(1,2)$. Maka skala dilatasi tersebut adalah.....
 A. $1/2$ B. $1/4$ C. $1/8$ D. 2 E. 4
12. Sebuah titik dengan koordinat $(1,5)$ dirotasikan 90° berlawanan arah jarum jam. Maka titik koordinat yang baru adalah ...
 A. $(5,-1)$ B. $(-1,5)$ C. $(1,-5)$ D. $(-5,1)$ E. $(5,1)$
13. Jika titik koordinat A $(3,5)$ didilatasikan dengan faktor dilatasi 2. Maka titik koordinat yang baru adalah ...
 A. $(5,7)$ B. $(6,7)$ C. $(5,10)$ D. $(6,10)$ E. $(10,6)$
14. Bayangan titik P $(-2, 6)$ oleh dilatasi $[0, -1]$ adalah
 A. $P'(2, -6)$ B. $P'(-3, 5)$ C. $P'(-2, 5)$ D. $P'(2, 7)$ E. $P'(-2, 7)$
15. Pada dilatasi terhadap titik pusat $(1, 1)$ dengan faktor skala $k = -2$, bayangan titik P $(3, 2)$ adalah
 A. $P'(-1, 2)$ B. $P'(-3, -1)$ C. $P'(3, 0)$ D. $P'(5, 3)$ E. $P'(3, 5)$
16. ABCD adalah jajaran genjang dengan koordinat titik A $(1, 2)$, B $(7, 2)$ dan C $(10, 8)$. Pada dilatasi dengan pusat O $(0, 0)$ dan faktor skala $k = -\frac{1}{2}$ koordinat bayangan titik D adalah
 A. $(-2, -4)$ B. $(-8, -16)$ C. $(2, 4)$ D. $(6, 10)$ E. $(4, 10)$
17. Bayangan sebuah titik M $(6, -8)$ dirotasikan dengan pusat O sejauh 90° adalah M'. Koordinat M' adalah
 A. $(-8, -6)$ B. $(-8, 6)$ C. $(8, -6)$ D. $(8, 6)$ E. $(6, 8)$

18. Koordinat titik P (4, 2), Q (9, 4) dan R (6, 8) merupakan titik-titik sudut PQR. Koordinat bayangan ketiga titik tersebut oleh dilatasi $[0, 2]$ berturut-turut adalah ...
A. (0, 4), (0, 8) dan (0, 16) D. (8, 4), (18, 8) dan (12, 16)
B. (4, 4), (9, 8) dan (6, 16) E. (4, 8), (18, 8) dan (16, 12)
C. (6, 4), (11, 6) dan (8, 10)
19. Bayangan titik P pada dilatasi $[0, -3]$ adalah $(-12, 15)$, maka koordinat titik P adalah...
A. $(-4, 5)$ B. $(4, -5)$ C. $(36, -45)$ D. $(-36, 45)$ E. $(-36, -45)$
20. Titik-titik K $(-2, 6)$, L $(3, 4)$ dan M $(1, -3)$ adalah segitiga yang mengalami rotasi berpusat di O $(0, 0)$ sejauh 180° , Bayangan K, L dan M berturut-turut adalah
A. $K'(6, -2)$, L $(4, 3)$ dan M $(-3, 1)$ D. $K'(2, -6)$, L $(-3, -4)$ dan M $(-1, 3)$
B. $K'(-6, 2)$, L $(-4, 3)$ dan M $(3, -1)$ E. $K'(2, -6)$, L $(3, -4)$ dan M $(-1, -3)$
C. $K'(-2, -6)$, L $(3, -4)$ dan M $(1, 3)$
21. Garis $y = 3x + 5$ digeser sejauh $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$. Persamaan garis bayangan hasil pergeseran tersebut adalah....
A. $y = 3x + 2$ C. $y = 3x + 6$ E. $y = 3x + 10$
B. $y = 3x + 4$ D. $y = 3x + 8$
22. Garis $y = 3x$ ditranslasikan oleh $T = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$. Persamaan bayangan garis tersebut adalah....
A. $y = -3x - 6$ C. $y = 3x + 11$ E. $y = 3x - 11$
B. $y = -3x + 9$ D. $y = 3x - 6$
23. Diketahui titik sudut persegipanjang ABCD, A $(2, 1)$, B $(5, 1)$, C $(5, 3)$ dan D $(2, 3)$. Jika persegipanjang tersebut didilatasikan dengan pusat $(0, 0)$ dan faktor skala 2 maka luas daerah bayangannya adalah
A. 6 satuan luas C. 16 satuan luas E. 24 satuan luas
B. 12 satuan luas D. 18 satuan luas
24. Persamaan bayangan garis $-3x+7y+21=0$ yang dirotasikan dengan pusat $(0,0)$ sejauh 180° adalah
A. $-7x-3y+21=0$ C. $3x-7y+21=0$ E. $7x-3y+21=0$
B. $3x-7y-21=0$ D. $7x-3y-21=0$
25. Bayangan titik A $(-7,11)$ oleh dilatasi $[0,-3]$ dan dilanjutkan dengan rotasi 90° dengan pusat O $(0,0)$ adalah
A. $A''(33,-21)$ C. $A''(-9,33)$ E. $A''(33,21)$
B. $A''(-33,21)$ D. $A''(9,33)$